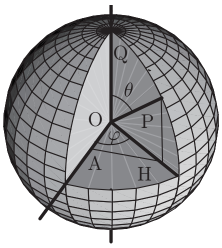
応用数学 演習問題 No.4

学生番号		氏名		

1 (1) 原点中心半径 $a > 0$ の球面を S で表す. S 上の点 P の球面座標 θ, φ によって $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ の成分を表わせ. (これを $= \boldsymbol{r}(\theta, \varphi)$ とおく.) また θ, φ の値の取りうる範囲を書け.



(2) P をとおる θ 曲線, φ 曲線を図中に書き入れよ.

(3) $\boldsymbol{r}(\theta, \varphi)$ を偏微分して得られるベクトル $\boldsymbol{r}_\theta, \boldsymbol{r}_\varphi$ を a, θ, φ を用いて成分表示し, 図中に書き入れよ.

(4) $\boldsymbol{r}_\theta \times \boldsymbol{r}_\varphi$ を a, θ, φ を用いて成分表示せよ. また, $\boldsymbol{r}_\theta \times \boldsymbol{r}_\varphi$ と $\boldsymbol{r}$ は平行になることを確かめよ.

(5) 面積要素 $dS = |\boldsymbol{r}_\theta \times \boldsymbol{r}_\varphi|\, d\theta d\varphi$ を求めよ.

(6) S の面積を求めよ.

(7) S の $z \geq \dfrac{a}{\sqrt{2}}$ である部分の面積を求めよ.

(8) S を外向きに向き付ける. $\boldsymbol{r} = (x, y, z)$, $r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ とおく. ベクトル場 $\boldsymbol{A}(x, y, z) = \dfrac{\boldsymbol{r}}{r^3}$ を S 上で面積分せよ.