応用数学A　演習問題 No.1 2022. 4. 13	学生番号	氏名	

以下 x を独立変数 y を未知関数とする．

問題 1 (1) $y = Ce^{-2x}$ ① (C は任意定数) は $y'(x) + 2y(x) = 0$ ② の解であることを確かめよ。

①を微分　$y' = C(e^{-2x})' = -2Ce^{-2x}$ ---③

②に①,③代入すると

$-2Ce^{-2x} + 2Ce^{-2x} = 0$.

だから ②がみたされる。

(2) $y = e^{\cancel{2x}\,-2x}$ ---④ は 初期値問題　訂正

$$\begin{cases} y'(x) + 2y(x) = 0, & --- \\ y(0) = 1, & -- ⑤ \end{cases}$$

の解であることを確かめよ。

④は ①で $C=1$ としたものだから ②の解である。また

$y(0) = e^0 = 1$ だから⑤もみたす。

(3) $y = C_1e^{-x} + C_2e^{-2x}$ ---① (C_1, C_2 は任意定数) は $y''(x) + 3y'(x) + 2y(x) = 0$ ---② の一般解であることを確かめよ。

①より $y' = -C_1e^{-x} - 2C_2e^{-2x}$ ③

$y'' = +C_1e^{-x} + 4C_2e^{-2x}$ ④

①,③,④を②に代入すると

$y'' + 3y' + 2y$

$= C_1e^{-x} + 4C_2e^{-2x}$

$\quad -3C_1e^{-x} - 6C_2e^{-2x}$

$+)\ +2C_1e^{-x} + 2C_2e^{-2x}$

$= 0$　だから ②をみたす。

(4) $y = 2e^{-x} - e^{-2x}$ ⑥ は初期値問題

$$\begin{cases} y''(x) + 3y'(x) + 2y(x) = 0, \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0 & --- ⑦ \end{cases}$$

の解であることを確かめよ。

⑥は ①で $C_1 = 2, C_2 = -1$ としたものだから ②をみたす。

また

$y(0) = 2 - 1 = 1, \quad y'(0) = -2 + 2 = 0$ だから⑦もみたす。

(5) $y = C_1e^{-x}\cos x + C_2e^{-x}\sin x$ ① (C_1, C_2 は任意定数) は $y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = 0$ ② の一般解であることを確かめよ。

①より $y' = (-C_1 + C_2)e^{-x}\cos x$

$\quad (-C_1 - C_2)e^{-x}\sin x$.

$y'' = -2C_2e^{-x}\cos x$

$\quad +2C_1e^{-x}\sin x$.

だから.

(6) $y = e^{-x}(\cos x + \sin x)$ ③ は初期値問題

$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = 0, \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0 & --- ④ \end{cases}$$

の解であることを確かめよ。

→ $y'' + 2y' + 2y$

$= -2C_1e^{-x}\cos x + 2C_1e^{-x}\sin x$

$\quad (-2C_1 + 2C_2)e^{-x}\cos x + (-2C_1 - 2C_2)e^{-x}\sin x$

$+)\ +2C_1e^{-x}\cos x + 2C_2e^{-x}\sin x$

$= 0$　だから ②をみたしている。

また ③は

$y(0) = (\cos 0 + \sin 0) = 1$.

$y'(0) = 0$

だから ④もみたしている