

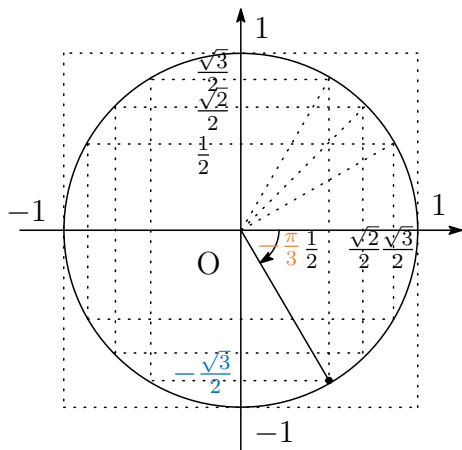
## 建設基礎数学 A 第12回 解答

1. (1) 空欄を埋めよ.

$x$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\sin^{-1} x$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos^{-1} x$	$\pi$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0

$$y = \sin^{-1} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \iff \sin y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \left( -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2} \right) \iff y = -\frac{\pi}{3}$$

などを確認せよ。



$x$	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$
$\tan^{-1} x$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

2. 次の関数の導関数を計算せよ. ただし  $a$  は 0 でない定数とする.

$$(1) \frac{d}{dx} \sin^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

スライド No.8 をみよ。

$$(2) \frac{d}{dx} \tan^{-1}(x) = \frac{1}{1+x^2}.$$

スライド No.8 をみよ。

$$(3) \sin^{-1} \frac{x}{a}.$$

$\frac{x}{a} = t$  において合成関数の微分法を使うと

$$\frac{d}{dx} \sin^{-1} \frac{x}{a} = \frac{d}{dt} \sin^{-1} t \times \frac{dt}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a\sqrt{1-\left(\frac{x}{a}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$$

$$(4) \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a}.$$

$t = \frac{x}{a}$  とおく.

関数  $y = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a}$  は関数  $y = \frac{1}{a} \tan^{-1} t$ ,  $t = \frac{x}{a}$  の合成関数である.

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{a} \frac{1}{1+t^2}$$

だから合成関数の微分法により

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dt}{dx} \frac{dy}{dt} = \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} \frac{1}{1+t^2} = \frac{1}{a^2} \frac{1}{1+\frac{x^2}{a^2}} = \frac{1}{a^2+x^2}$$

となる.