電気のための線形代数 A 演習問題 No.6	学生番号		

1. Gauss-Jordan 消去法により, 次の連立方程式のすべての解を求めよ。

(1) $\begin{cases} x + 3y - 2z = 1 \\ 2x + 6y = 10 \\ 4x + 12y - 9z = 2 \end{cases}$

Pivot

$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & 6 & 0 & 10 \\ 4 & 12 & -9 & 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ -2\times(1行) \\ -4\times(1行) \end{matrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \times\frac{1}{4}$

Pivot

$\to \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ +2\times(2行) \\ +(2行) \end{matrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ これが最終の階段行列である。

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3y = 5 \\ z = 2. \end{cases}$ $y=t$ とおいて $\begin{cases} x = -3t+5 \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}$ (t は任意の数)

(2) $\begin{cases} 3x - y - 2z + 2w = -2 \\ x + 2y - 3z + 3w = -3 \\ 2x - 2y + z - 2w = -2 \\ x + y + z - 4w = -8 \end{cases}$ 訂正

$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & -3 & 3 & -3 \\ 2 & -2 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & -4 & -8 \end{pmatrix}$ 入れかえ $\to$ pivot $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -4 & -8 \\ 1 & 2 & -3 & 3 & -3 \\ 2 & -2 & 1 & -2 & -2 \\ 3 & -1 & -2 & 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{matrix} -(1行) \\ -2\times(1行) \\ -3\times(1行) \end{matrix}$

$\to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -4 & -8 \\ 0 & 1 & -4 & 7 & 5 \\ 0 & -4 & -1 & 6 & 14 \\ 0 & -4 & -5 & 14 & 22 \end{pmatrix} \begin{matrix} -(2行) \\ \\ +4(2行) \\ +4(2行) \end{matrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & -11 & -13 \\ 0 & 1 & -4 & 7 & 5 \\ 0 & 0 & -17 & 34 & 34 \\ 0 & 0 & -21 & 42 & 42 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \times(-\frac{1}{17}) \\ \times(-\frac{1}{21}) \end{matrix}$

$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & -11 & -13 \\ 0 & 1 & -4 & 7 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{matrix} -5\times(3行) \\ +4\times(3行) \\ \\ -(3行) \end{matrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x & & -w = -3 \\ & y & -w = -3 \\ & & z \quad -2w = -2 \end{cases}$$

$w = t$ とおいて

$$\begin{cases} x = t-3 \\ y = t-3 \\ z = 2t-2 \\ w = t \end{cases} \quad (t \text{は任意の数})$$

これが すべての解を表す。

途中計算，最後の解の表示仕方は，
何通りかありうる。