

演習 No. 5

①. (1,1)成分を Pivot とし 1 列を掃出す.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 \\ 2 & -2 & -1 & -4 \\ -5 & 0 & -10 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \text{(第1行)} \times 2 \text{ をひく} \\ \text{(第1行)} \times 5 \text{ をたす} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & -5 & 10 & -3 \\ 0 & 10 & -20 & 6 \end{pmatrix} \times \left(-\frac{1}{5}\right)$$

(2,2)成分を Pivot とし 2 列を掃出す.

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 3/5 \\ 0 & 10 & -20 & 6 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{(第2行)} \times 2 \text{ をひく} \\ \\ \text{(第2行)} \times 10 \text{ をひく} \end{matrix}$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & -1/5 \\ 0 & 1 & -2 & 3/5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad \text{これが最終的な階段行列}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2z = -\frac{1}{5} \\ y - 2z = \frac{3}{5} \end{cases} \quad z = t \text{ とおく}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2t - \frac{1}{5} \\ y = 2t + \frac{3}{5} \\ z = t \end{cases} \quad t \text{ は任意の数}$$

したがって、すべての解が求められた。

2. $(A|E) \rightarrow (E|\begin{matrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{matrix})$ の5行2変形す。

$$\begin{pmatrix} \textcircled{1} & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 2 & | & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} (\text{1行}) \times 2 \text{ 引く} \\ (\text{1行}) \text{ 引く} \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \textcircled{1} & 0 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & | & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} (\text{2行}) \times 2 \text{ 引く} \\ (\text{2行}) \text{ 引く} \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 5 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \textcircled{1} & | & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} (\text{3行}) \text{ 引く}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 4 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

よって $A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E \quad \text{7-あることを確認すること}$$

3 $(1,1)$ 成分を Pivot にして 1 列を掃出し出す。

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & 6 & 0 & 10 \\ 4 & 12 & -9 & 2 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{(第1行)} \times 2 \text{ をひく} \\ \text{(第1行)} \times 4 \text{ をひく} \end{array}$$

第2列から Pivot をとって 11, 12, 13 列から掃出し出す。

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \times \frac{1}{4}$$

$(2,3)$ 成分を Pivot にして 3 列を掃出し出す。

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{(第2行)} \times 2 \text{ をひく} \\ \text{(第2行)} \text{ をたす} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \text{これが最終の階段行列}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 5 \\ z = 2 \end{cases} \quad y = t \text{ とおく。}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3t + 5 \\ y = t \\ z = 2 \end{cases} \quad (t \text{ は任意の数}) \quad \text{これがすべての解}$$