

## 線形代数 A 演習問題 No.4 解答

1. 次の連立方程式を行列の基本変形を用いて解け.

$$(1) \begin{cases} 2x + 3y - 5z = 1 \\ x + y - z = 2 \\ -3x - 6y + 2z = -7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & -6 & 2 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

であるが, 拡大係数行列を行基本変形することにより解を求める. **解は一つに決まるが途中の解法は何通りかあり得る。**

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & -6 & 2 & -7 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{第2行と入れ替え} \\ \text{第1行と入れ替え} \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -5 & 1 \\ -3 & -6 & 2 & -7 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{第2行から第1行の2倍をひく} \\ \text{第3行に第1行の3倍を加える} \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & -3 \\ 0 & -3 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{第1行から第2行を引く} \\ \text{第3行に第2行を3倍して加える} \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & -10 & -10 \end{pmatrix} \text{第3行を}-10\text{で割る}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{第1行から第3行を2倍して引く} \\ \text{第2行に第3行を3倍して加える} \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

この変形(行基本変形)によって連立方程式の解は変わらないから

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x & = 3 \\ y & = 0 \\ z & = 1 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x + 2y + z = -1 \\ 2x + 5y + 2z = 1 \\ x + 3y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{第2行から第1行の2倍を引く} \\ \text{第3行から第1行を引く} \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{第1行から第2行の2倍を引く} \\ \text{第3行から第2行を引く} \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -7 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \text{第1行から第3行を引く}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

以上から  $x = -5, y = 3, z = -2$