線形代数 A 第 1 回問題解答

1. (訂正) $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ とおく。

(1) このとき $3A - 2B$ を求めよ。

$$3A - 2B = 3\begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 4 & 8 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 18 & 3 \\ -3 & 6 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & 16 & 0 \\ -4 & 4 & -6 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 9-8 & 18-16 & 3-0 \\ -3+4 & 6-4 & -3+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

(2) $3A - 2X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ となる行列 X を求めよ。

$$X = \frac{1}{2}\left\{3A - \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}\right\} = \frac{1}{2}\left\{\begin{pmatrix} 9 & 18 & 3 \\ -3 & 6 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}\right\}$$
$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 8 & 16 & 2 \\ -4 & 4 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

2. 2 軒のお店で 2 種の果物セットを 2 日間にわたって販売した。このとき、行列の考え方を使って売り上げの金額を計算したい。

[果物セットの内容]

	A セット	B セット
リンゴ	2	3
オレンジ	1	4
パイナップル	1	0

(ここに現れる行列を A とする。)

[各店売り上げ (1 日目)]

	1 号店	2 号店
A セット	5	7
B セット	8	4

(ここに現れる行列を B とする。)

このとき、次の表の空欄に適する数を書き入れよ.

	1 号店	2 号店
リンゴ	$2 \times 5 + 3 \times 8 = 34$	$2 \times 7 + 3 \times 4 = 26$
オレンジ	$1 \times 5 + 4 \times 8 = 37$	$1 \times 7 + 4 \times 4 = 23$
パイナップル	$1 \times 5 + 0 \times 8 = 5$	$1 \times 7 + 0 \times 4 = 7$

またここに現れる行列を C とするとき, A, B, C の関係を述べよ.

C の作り方から

$$C = AB = \begin{pmatrix} 34 & 26 \\ 37 & 23 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$$

であることがわかる。

次に

[各店売り上げ (2 日目)]

	1 号店	2 号店
A セット	8	10
B セット	5	9

(ここに現れる行列を D とする。)

[単価表]

リンゴ	オレンジ	パイナップル
100	70	300

(ここに現れる行列を F とする。)

とするとき, 2 つの店の 2 日間の売り上げを表す行列を A, B, C, D, F を用いて表せ.

2 日目の各店のリンゴ、オレンジ、パイナップルの販売数は前問と同様に考えて AD で表されるから、2 日間の販売数の合計は

$AB + AD$

各店ごとの売上金の合計は

$F(AB + AD)$ ($FA(B + D)$, $F(C + AD)$ でもよい。)

3. 次の行列の積を計算せよ.

(1)

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 6 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & -1 & 1 & -1 & 6 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{積の} (1,1) \text{成分} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 6 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} = 3 \times 6 + 1 \times 0 + 6 \times (-3) + 7 \times 0 = 0$$

これと同様な計算を 20 回やって

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

じみちに計算すること!

(2)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

(3)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

(4)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

(5)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

(6)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 5 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$