

電気数学演習 No.13

学生番号

--	--	--	--	--	--	--	--

氏名

1. 平面の動点 P が原点を中心に半径  $A$  角速度  $\omega$  で等速円運動している。

(1)  $t=0$  のとき  $(A, 0)$  にいるとしてこの点のパラメータ表示をかけ。

(2) 速度ベクトルを求めよ。また  $\vec{OP}$  との関係述べよ。

(3) 加速度ベクトルを求めよ。また  $\vec{OP}$  との関係述べよ。

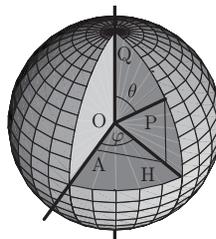
2  $c$  を正の定数とする。動点 P の位置ベクトルが時刻  $t$  によって  $\vec{OP} = (\cos t, \sin t, ct)$  ( $= \vec{r}(t)$  とおく) のように表されるものとする。

(1) このとき 速度ベクトル  $\vec{v}(t)$ , 加速度ベクトル  $\vec{a}(t)$  を求めよ。

(2)  $\vec{k} = (0, 0, 1)$  としたとき  $\vec{a} = \vec{k} \times \vec{v}$  となっていることを確かめよ。

(3) この P の描く曲線を  $C$  と書く。  $C$  の  $0 \leq t \leq 2\pi$  の部分の長さを求めよ。

3 (1) 原点中心半径  $a > 0$  の球面を  $S$  で表す。  $S$  上の点 P の球面座標  $\theta, \varphi$  によって  $\vec{OP}$  の成分を表わせ。(これを  $= \mathbf{r}(\theta, \varphi)$  とおく。) また  $\theta, \varphi$  の値の取りうる範囲を書け。



(2) P をとおる  $\theta$  曲線,  $\varphi$  曲線を図中に書き入れよ。

(3)  $\mathbf{r}(\theta, \varphi)$  を偏微分して得られるベクトル  $\mathbf{r}_\theta, \mathbf{r}_\varphi$  を  $a, \theta, \varphi$  を用いて成分表示し, 図中に書き入れよ。

(4)  $\mathbf{r}_\theta \times \mathbf{r}_\varphi$  を  $a, \theta, \varphi$  を用いて成分表示せよ. また,  $\mathbf{r}_\theta \times \mathbf{r}_\varphi$  と  $\mathbf{r}$  は平行になることを確かめよ.

(5) 面積要素  $dS = |\mathbf{r}_\theta \times \mathbf{r}_\varphi| d\theta d\varphi$  を求めよ.

(6)  $S$  の面積を求めよ.

(7)  $S$  の  $z \geq \frac{a}{\sqrt{2}}$  である部分の面積を求めよ.