電気数学演習 No.8

学生番号								氏名		

1. 関数 $y=\sqrt{x^2+1}\cdots⓪$ は, $x^2+1=t$ とおくと

t の関数 $y=\boxed{}\cdots①$

x の関数 $t=\boxed{}\cdots②$,

の合成関数である。

① の導関数は $\dfrac{dy}{dt}=\boxed{}$

② の導関数は $\dfrac{dt}{dx}=\boxed{}$

だから

⓪ の導関数は $\dfrac{dy}{dx}=\boxed{}$

である。

2. 次の関数の導関数を計算せよ.

(1) $y=(2x-1)^{10}$

(2) $y=\dfrac{1}{2x-1}$

(3) $y=\sqrt{2x-1}$

(4) $y=e^x$

(5) $y=e^{ax}$ (a は正の定数)

(6) $y=xe^{3x}$.

(7) $y=e^{x^2+2x}$.

(8) $y=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$
(これを $=\sinh x$ と書いて双曲線正弦関数という.)

(9) $y=\sin(3x-2)$.

(10) $y=\cos(3x-2)$.

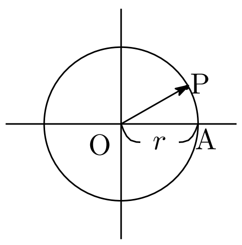
(11) $y=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}$.

(12) $y = e^{\sin x}$.

(13) $y = x\cos x$

3. 点 P は原点中心半径 r の円周上を, 時刻 0 で点 $\mathrm{A}(r, 0)$ を出発し角速度 ω で等速円運動している.

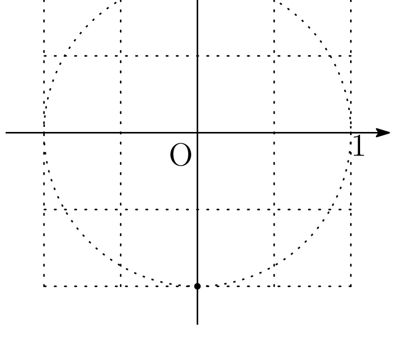
(1) このとき, 時刻 t における P の座標を t を用いて表せ.



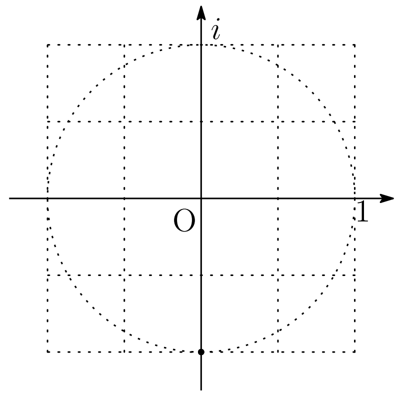
(2) 時刻 t の時の P の速度ベクトル $\vec{\boldsymbol{v}}(t)$ を求めよ。

4. z を複素数の定数, t を実数の変数とするとき, $\dfrac{d}{dt}e^{zt} = ze^{zt}$ であることを確かめよ。ただし複素数値をとる関数の導関数は i を通常の定数と同じように扱って計算するものとする。

5. (1) $e^{\frac{\pi}{3}i}$, $e^{\frac{\pi}{6}i}$, $e^{\frac{\pi}{3}i} \times e^{\frac{\pi}{6}i}$, を複素数平面に図示せよ.



(2) 実数 t を動かした時の e^{it} の軌跡を図示せよ.



(3) $\dfrac{d}{dt}e^{it}$ を計算し、図中に書き入れよ。

(4) $\dfrac{d}{dt}e^{(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)t}$ を計算し、$e^{(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)t}$ との関係を調べよ。

(5) 実数 t を動かした時の $e^{(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)t}$ の軌跡がどうなるか考えよ。

6. 複素数値関数 $f(x)$ に対して

$$\Big(\mathbf{Re} f(x)\Big)' = \mathbf{Re}\,(f'(x)), \quad \Big(\mathbf{Im} f(x)\Big)' = \mathbf{Im}\,(f'(x))$$

であることを利用して次の関数の導関数を計算せよ。

(1) $y = e^{2x}\cos(3x)$

(2) $y = e^{2x}\sin(3x)$