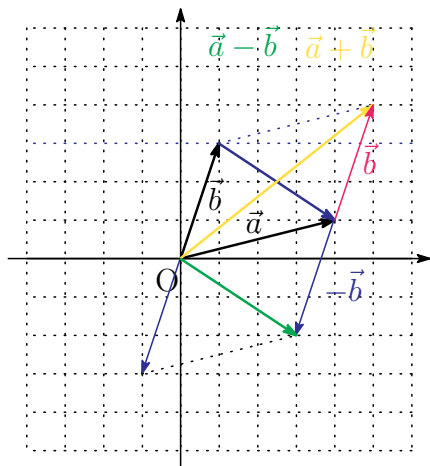


電気数学演習 No.1

1. ベクトル \vec{a} , \vec{b} は図のような有向線分で表されているものとする.



(1) ベクトル $\vec{a} + \vec{b}$ は \vec{a} と \vec{b} のつぎたし。 $\vec{a} - \vec{b}$ は \vec{a} と $-\vec{b}$ のつぎたしと考えるとよい。もちろん他の考え方でもよい。このベクトルを平行移動して得られるベクトルはすべて正解である。

(2) \vec{a} の成分表示を書け.

$$\vec{a} = (4, 1)$$

\vec{b} の成分表示を書け.

$$\vec{b} = (1, 3)$$

(3) (2) の結果から $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$ の成分表示を計算せよ.

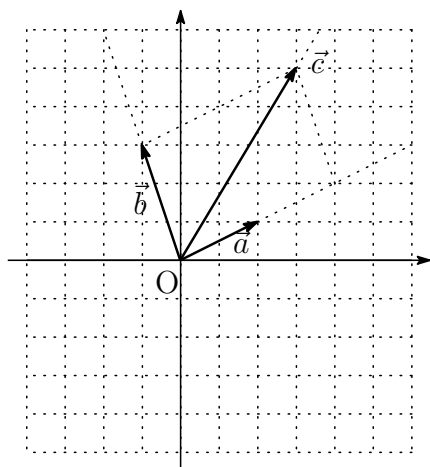
$$\vec{a} + \vec{b} = (4, 1) + (1, 3) = (4 + 1, 1 + 3) = (5, 4)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (4, 1) - (1, 3) = (4 - 1, 1 - 3) = (3, -2)$$

(4) (1) の作図で得られた $\vec{a} + \vec{b}$ の成分表示は (5, 4) であり, (3) の結果と一致する

$\vec{a} - \vec{b}$ も同様

2. (1) $\vec{a} = (2, 1)$, $\vec{b} = (-1, 3)$ $\vec{c} = (3, 5)$ を図中へ書き込め.



(2) $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ となる実数 m, n を求めよ.

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ に $(2, 1), (-1, 3), (3, 5)$ を代入して

$$(3, 5) = m(2, 1) + n(-1, 3) = (2m - n, m + 3n)$$

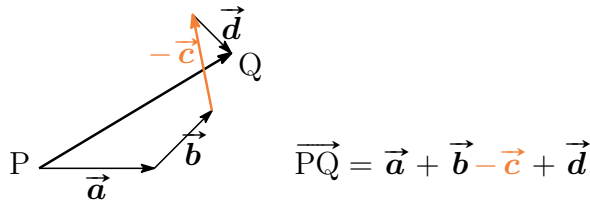
x 成分, y 成分ごとに比較して

$$\begin{cases} 2m - n = 3 \\ m + 3n = 5 \end{cases}$$

これを解いて $m = 2, n = 1$.

3. \overrightarrow{PQ} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ で表せ.

ベクトルのたし算は「つぎ足し」であり, $\vec{a}, \vec{b}, -\vec{c}, \vec{d}$ を順番につぎ足していけば \overrightarrow{PQ} となるから

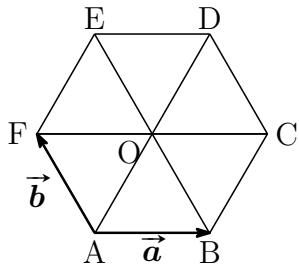


4. ABCDEF は O を中心とする正六角形である.

(1) A, B, C, D, E, F, O を始点または終点とするベクトルのうち, \vec{a} と等しいベクトルをすべて上げよ.

$$\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$$

(2) $\overrightarrow{FC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CE}$ を \vec{a}, \vec{b} で表せ.



$$\overrightarrow{FC} = 2\vec{a}, \overrightarrow{AD} = 2\vec{a} + 2\vec{b}, \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OE} = -\vec{a} + \vec{b}$$

5. 次の式を簡単にせよ.

$$(1) 3(-\vec{a} + 4\vec{b}) + 2(2\vec{a} - 5\vec{b}) = -3\vec{a} + 12\vec{b} + 4\vec{a} - 10\vec{b} = \vec{a} + 2\vec{b}$$

$$(2) 2(\vec{a} + 4\vec{b}) - (-\vec{a} + 3\vec{b}) = 2\vec{a} + 8\vec{b} + \vec{a} - 3\vec{b} = 3\vec{a} + 5\vec{b}$$

6. $2\vec{a} + (\vec{b} - \vec{x}) = -3\vec{x} - \vec{a} + 3\vec{b}$ のとき \vec{x} を \vec{a}, \vec{b} で表せ.

文字を含む 1 次式の計算と同じ事をしてよいから

$$2\vec{a} + (\vec{b} - \vec{x}) = -3\vec{x} - \vec{a} + 3\vec{b}$$

$$2\vec{a} + \vec{b} - \vec{x} = -3\vec{x} - \vec{a} + 3\vec{b}$$

$$3\vec{x} - \vec{x} = -2\vec{a} - \vec{b} - \vec{a} + 3\vec{b}$$

$$2\vec{x} = -3\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$\vec{x} = -\frac{3}{2}\vec{a} + \vec{b}$$

7. $\vec{a} = (-2, 3)$, $\vec{b} = (1, -1)$ のとき, 次のベクトルの成分表示と大きさを求めよ。

$$(1) 2\vec{a} - \vec{b} = 2(-2, 3) - (1, -1) = (-4, 6) - (1, -1) = (-4 - 1, 6 - (-1)) = (-5, 7)$$

$$|2\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{(-5)^2 + 7^2} = \sqrt{74}$$

$$(2) \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} = \frac{1}{2}(-2, 3) + (1, -1) = \left(-1, \frac{3}{2}\right) + (1, -1) = \left(0, \frac{1}{2}\right)$$

$$\left|\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}\right| = \sqrt{0 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}$$

$$(3) -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} = -\frac{1}{2}(-2, 3) + \frac{1}{3}(1, -1) = \left(\frac{4}{3}, -\frac{11}{6}\right)$$

$$\left|-\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}\right| = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(-\frac{11}{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{185}}{6}$$

8. 3点 $A(-1, 0)$, $B(3, -3)$, $C(x, y)$ と正の実数 k について, $\vec{AC} = k\vec{AB}$, $|\vec{AC}| = 10$ がなりたつとき, k の値と C の座標を求めよ。

$$\vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA} = (x, y) - (-1, 0) = (x + 1, y),$$

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = (3, -3) - (-1, 0) = (4, -3),$$

$$\vec{AC} = k\vec{AB} \text{ より } \begin{cases} x + 1 = 4k, \\ y = -3k \end{cases}$$

一方

$$|\vec{AC}| = |k\vec{AB}| = k\sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5k \text{ だから } |\vec{AC}| = 10 \text{ より}$$

$$k = 2, \text{ したがって } x = 7, y = -6$$