

建築デザイン数理基礎 第2回 解説

問題 1. 次の計算をせよ.

$$(1) \frac{7}{4} - \left(\frac{2}{5} + \frac{2}{3} \right) = \frac{105}{60} - \left(\frac{24}{60} + \frac{40}{60} \right) = \frac{105}{60} - \frac{24+40}{60} = \frac{105-64}{60} = \frac{41}{60}$$

$$(2) \frac{7}{4} - \frac{2}{5} + \frac{2}{3} = \frac{105}{60} - \frac{24}{60} + \frac{40}{60} = \frac{105-24+40}{60} = \frac{121}{60}$$

$$(3) \frac{25}{24} \times \frac{16}{15} = \frac{25 \times 16}{24 \times 15} = \frac{10}{9}$$

$$(4) \frac{16}{55} \div \frac{28}{33} = \frac{16 \times 33}{55 \times 28}$$

問題 2. 次の数の表現を簡単にせよ.

$x \leq 0$ に対して $y = \sqrt{x}$ であるとは 「 $y^2 = x$ かつ $y \geq 0$ 」 であること。

とくに $x = a^2$ とすると $y = \sqrt{a^2}$ であるとは 「 $y^2 = a^2$ かつ $y \geq 0$ 」 であることだから $\sqrt{a^2} = |a|$.

$$(1) -\sqrt{64} = -\sqrt{8^2} = -8$$

$$(2) \sqrt{(-8)^2} = \sqrt{8^2} = 8$$

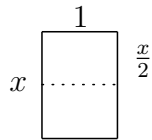
$$(3) \frac{\sqrt{150}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{150}{3}} = \sqrt{50} = \sqrt{2 \times 5^2} = 5\sqrt{2}$$

$$(4) \sqrt{2}(3\sqrt{2} - \sqrt{6}) = \sqrt{2}(3\sqrt{2} - \sqrt{3}\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2(3 - \sqrt{3}) = 2(3 - \sqrt{3})$$

$$(5) \frac{3}{5 + \sqrt{2}} = \frac{3(5 - \sqrt{2})}{(5 + \sqrt{2})(5 - \sqrt{2})} = \frac{3(5 - \sqrt{2})}{5^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{15 - 3\sqrt{2}}{23}$$

$$(6) \frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + 2}$$
$$= \frac{(1 - \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})} + \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})} + \frac{(\sqrt{3} - 2)}{(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2)}$$
$$= \frac{(1 - \sqrt{2})}{1 - 2} + \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{2 - 3} + \frac{(\sqrt{3} - 2)}{3 - 4} = 1$$

問題 3. (1) 縦の長さが x , 横の長さが 1 の長方形がある. ただし $1 < x$ とする.
縦が半分になるように二つに折りたたんでできる長方形と元の長方形が相似
になるとき, x を求めよ.



大きい長方形と小さい長方形が相似であるので

$$\text{長辺} : \text{短辺} = x : 1 = 1 : \frac{x}{2}$$

したがって

$$\frac{x}{1} = \frac{1}{\frac{x}{2}}$$

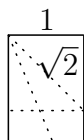
両辺に $\frac{x}{2}$ をかけて

$$\frac{x^2}{2} = 1$$

これを解いて

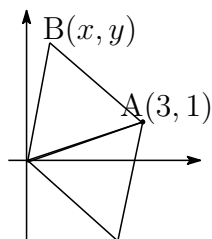
$$x = \sqrt{2}$$

(2) この問題用紙は B4 版であり, (1) の条件を満たしている. このことを紙
を折り曲げることで確認したい. どうすればよいか.



長辺の長さ = $\sqrt{2}$ を示せばよい. 折り方は図を見て考えよ.

問題 4. 平面の 2 点 $O(0,0)$, $A(3,1)$ を頂点とする正三角形のもう一つの頂点を
求めよ.



もう一つの頂点を $B(x,y)$ とおく.

$$OA = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

$$OB=OA \text{ だから } x^2 + y^2 = 10 \quad \textcircled{1}$$

$$AB=OA \text{ だから } (x-3)^2 + (y-1)^2 = 10 \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ より } 6x + 2y = 10 \text{ 即ち } y = -3x + 5 \quad \textcircled{3}$$

$$\textcircled{3} \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入して } 2x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$\text{これを解いて } x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}, y = \frac{1 \mp 3\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{以上から B は } \left(\frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}, \frac{1 \mp 3\sqrt{3}}{2} \right) \text{ (複合同順)}$$

問題 5. (1) 10% の食塩水 100(g) に含まれる食塩は何 (g) か。

授業スライド 29 ページを見よ。

(2) 10% の食塩水 100(g) に 2% の食塩水を加えて 4% の食塩水を作るには、2% の食塩水を何 (g) 加えればよいか。

授業スライド 29 ページを見よ。

(3) 10% の食塩水 と 2% の食塩水を混ぜ合わせて 8% の食塩水を 100(g) 作るには、それぞれ何 (g) ずつ混ぜればよいか。

10% の食塩水を y (g), 2% の食塩水を z (g) とおく。食塩の量を比較して

$$\frac{10}{100}y + \frac{2}{100}z = \frac{8}{100} \times 100$$

食塩水の量を比較して

$$y + z = 100$$

これを解いて

$$y = 75(\text{g}), z = 25(\text{g}).$$

問題 6. (1) 自転車が初めの 1 時間は速度 20(km/h) で、次の 1 時間は速度 10(km/h) で走った。2 時間の平均の速度はいくらか。

走った距離は

初めの 1 時間で 20(km)

次の 1 時間で 10(km)

あわせて 2 時間で 30(km)

$$\text{だから } \frac{30}{2} = 15(\text{km/h}).$$

(2) 自転車が初めの 1(km) は速度 20(km/h) で、次の 1(km) は速度 10(km/h) で走った。2 km の平均の速度はいくらか。

かかった時間は

初めの 1(km) で $\frac{1}{20}$ (h)

次の 1(km) で $\frac{1}{10}$ (h)

あわせて 2(km) で $\frac{1}{20} + \frac{1}{10}$ (h)

だから

$$\frac{1+1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{10}} = 13.333\dots(\text{km/h})$$

問題 7.

$$(1) \frac{3}{x+1} + \frac{4}{x+2} = \frac{3(x+2)}{(x+1)(x+2)} + \frac{4(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{3(x+2) + 4(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{7x+10}{(x+1)(x+2)}$$

$$(2) 4 + \frac{3}{x+5} = \frac{4(x+5)}{x+5} + \frac{3}{x+5} = \frac{4(x+5) + 3}{x+5} = \frac{4x+23}{x+5}$$

$$(3) \frac{1 + \frac{2}{a}}{1 - \frac{2}{a(a+1)}} = \frac{a+2}{\frac{a^2+a-2}{a+1}} = \frac{(a+2)(a+1)}{a^2+a-2} = \frac{a+1}{a-1}$$

問題 8. 次の不等式を解け。

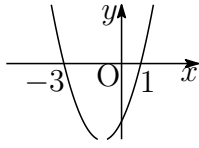
$$(1) 2x - 3 < 3x + 1 \Leftrightarrow 2x - 3 - 2x - 1 < 3x + 1 - 2x - 1 \Leftrightarrow -4 < x$$

$$(2) x^2 + 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow (x+3)(x-1) < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$$

なぜなら符号を調べると

x	$x < -3$	-3	$-3 < x < 1$	1	$1 < x$
$x+3$	-	0	+	+	+
$x-1$	-	-	-	0	+
$(x+3)(x-1)$	+	0	-	0	+

だから. また $y = x^2 + x - 3$ のグラフが



となることから導いてもよい。

$$(5) x^2 + x + 1 < 0$$

$D = -3 < 0$ だからつねに $x^2 + x + 1 > 0$ であり解なし。

$$(6) x^3 + 2x^2 + 2x + 1 > 0$$

$x = -1$ が $x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0$ のひとつの解になるので $x + 1$ で割りきれ
る。わり算を実行してみると

$$x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = (x + 1)(x^2 + x + 1).$$

(5) によりすべての x に対して $x^2 + x + 1 > 0$ だから

$$x^3 + 2x^2 + 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$$