

--	--	--	--	--	--	--	--

1. 次の関数の導関数を計算せよ.

$$(1) y = 2\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} = 2 \cdot x^{\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}}$$

$$y' = 2(x^{\frac{1}{2}})' + 3(x^{-\frac{1}{2}})'$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} + 3 \times (-\frac{1}{2}) \times x^{-\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{3}{2} x^{-\frac{3}{2}}$$

$$(2) y = (3x-2)^5 \quad (3x-2=t \text{ とおけ})$$

$$y = t^5 \quad t \text{ から } \frac{dy}{dt} = 5t^4$$

$$t = 3x-2 \quad t \text{ から } \frac{dt}{dx} = 3$$

合成関数の微分法(25)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \frac{dt}{dx} = 15t^4 = 15(3x-2)^5$$

$$(3) y = \sqrt{3x-2}, \quad 3x-2=t \text{ とおくと}$$

$$y = \sqrt{t} = t^{\frac{1}{2}} \quad t \text{ から } \frac{dy}{dt} = \frac{1}{2} t^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{t}}$$

$$t = 3x-2 \quad t \text{ から } \frac{dt}{dx} = 3$$

合成関数の微分法(25)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \frac{dt}{dx} = \frac{2}{3} \frac{1}{\sqrt{t}} = \frac{2}{3\sqrt{3x-2}}$$

$$(4) y = (1-x^2)^5 \quad (1-x^2=t \text{ とおけ})$$

$$y = t^5 \quad t \text{ から } \frac{dy}{dt} = 5t^4$$

$$t = 1-x^2 \quad t \text{ から } \frac{dt}{dx} = (1-x^2)' = -2x$$

合成関数の微分法(25)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx} = -10xt^4 = -10x(1-x^2)^4$$

$$(5) y = \sqrt{1-x^2} \quad (4) \text{ と同じ変数変換で}$$

$$y = \sqrt{t} \quad t \text{ から } \frac{dy}{dt} = \frac{1}{2\sqrt{t}} \quad (3) \text{ と同じ}$$

$$t = 1-x^2 \quad t \text{ から } \frac{dt}{dx} = -2x$$

合成関数の微分法(25)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx} = -\frac{x}{\sqrt{t}} = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(6) y = \frac{x+2}{2x-1}$$

商の微分法(25)

$$y' = \frac{(x+2)'(2x-1) - (x+2)(2x-1)'}{(2x-1)^2}$$

$$= \frac{2x-1-2(x+2)}{(2x-1)^2}$$

$$= \frac{-5}{(2x-1)^2}$$

$$(7) y = \cos(2x)$$

$$2x = t \text{ とおくと}$$

$$y = \cos t \text{ より } \frac{dy}{dt} = -\sin t$$

$$t = 2x \text{ より } \frac{dt}{dx} = 2$$

合成関数の微分法(25)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx} = -2\sin t \\ = -2\sin(2x)$$

$$(8) y = x \cos(2x)$$

積の微分法(25)

$$y' = (x)' \cos(2x) + x (\cos(2x))' \\ \begin{array}{ccc} | & & (17) \text{より} \\ & & -2\sin 2x \end{array}$$

$$= \cos(2x) - 2x \sin 2x$$

$$(9) y = \sin x \cos(2x)$$

積の微分法(25)

$$y' = (\sin x)' \cos(2x) \\ + \sin x (\cos(2x))'$$

$$= \cos x \cos 2x \\ - 2 \sin x \sin(2x)$$