

環境基礎解析学I 演習問題 No.13

(2023.7.24)

学生
番号

--	--	--	--	--	--	--	--

氏
名

1. 次の定積分・広義積分を計算せよ。 k は正の定数。

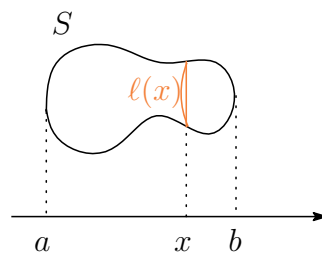
(1) $\int_0^{\infty} e^{-kx} dx$

(2) $\int_0^{\infty} xe^{-kx} dx$

(3) $\int_{-\frac{1}{2}}^4 \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}$

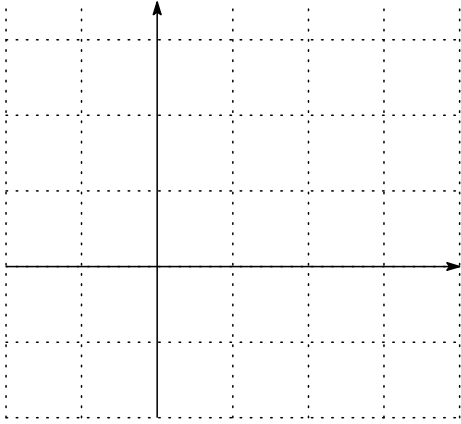
(4) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ ($x = \tan t, 0 < t < \frac{\pi}{2}$ とおけ)

2.



図のような図形を、点 $(x, 0)$ を通り x 軸に垂直な直線で切った切り口の長さを $l(x)$ とする。このとき図形の面積 S を $l(x)$ で表せ。簡単でよいからそうなる説明をつけること。

3. (1) 関数 $y = x^2 - 2x$, $y = x$ のグラフの概形を書け.
また, 二つのグラフの交点の座標を求めよ.



- (2) 関数 $y = x^2 - 2x$, $y = x$ のグラフで囲まれる部分の面積を計算せよ.

- (4) C と l で囲まれる部分の面積を求めよ。

5. (発展問題) 区間 $[0, \pi]$ において, 2つの曲線 $y = \sin 2x$, $y = \sin x$ によって囲まれる図形の面積を求めよ.

6. (発展問題) $(*) \begin{cases} x = \cos \theta \\ y = \sin(2\theta) \end{cases} \quad \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$ のようにパラメータ表示された曲線と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ.

4. (1) 曲線 $C : y = x^3 - 2x + 1$ の増減を調べよ。

- (2) C の $x = -1$ である点における接線 l の方程式を求めよ。

- (3) C と l の交点を求めよ。