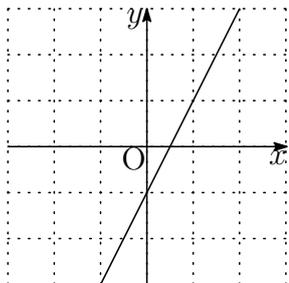


## 環境基礎解析学I 演習問題 No. 2 解答

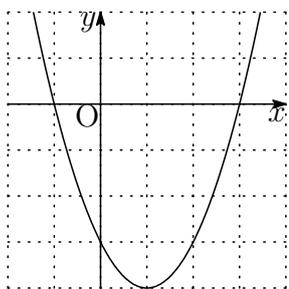
1. 次の関数のグラフの概形をかけ。

(1)  $y = 2x - 1$



傾き 2 で点  $(0, -1)$  を通る直線である。  
一般に、1 次関数のグラフは直線となる。

(2)  $y = x^2 - 2x - 3$



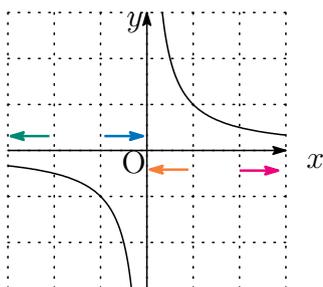
$x$	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$	5	0	-3	-4	-3	0	5

のような表を作れば

点  $(-2, 5)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(0, -3)$ ,  $(1, -4)$ ,  $(2, -3)$ ,  $(3, 0)$ ,  $(4, 5)$

を通ることがわかるからグラフの概形は書けるはずである。

(3)  $y = \frac{1}{x}$



表をかくだけでは十分な情報が得られない。 $x \doteq 0$ ,  
 $x \rightarrow \pm\infty$  での状態を知りたい。

(1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = +0,$

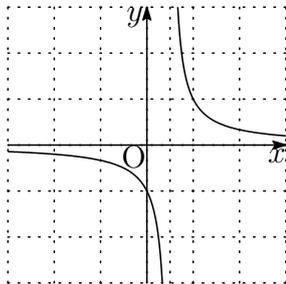
(2)  $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{1}{x} = +\infty,$

(3)  $\lim_{x \rightarrow -0} \frac{1}{x} = -\infty,$

(4)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = -0$

だから  $x$  軸,  $y$  軸, が漸近線となる。

$$(4) y = \frac{1}{2x-1}$$



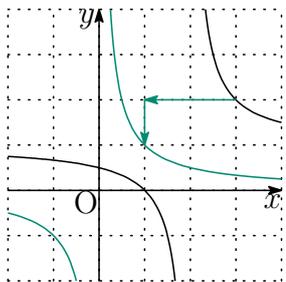
$x = \frac{1}{2}$  で定義されないが

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}+0} \frac{1}{2x-1} = \frac{1}{2(\frac{1}{2}+0)-1} = \frac{1}{+0} = +\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}-0} \frac{1}{2x-1} = \frac{1}{2(\frac{1}{2}-0)-1} = \frac{1}{-0} = -\infty$$

だから  $x = \frac{1}{2}$  が漸近線。

$$(5) y = \frac{x-1}{x-2}$$



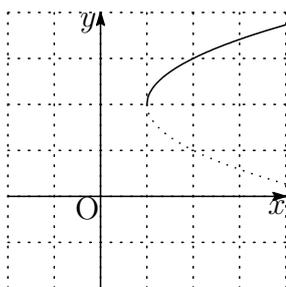
$$y = \frac{x-1}{x-2} \cdots (a) \iff y-1 = \frac{1}{x-2}$$

$(x, y)$  を  $x$  方向  $-2$ ,  $y$  方向  $-1$  平行移動した点は  $(x-2, y-1)$ 。これを  $(X, Y)$  とおくと

$$Y = \frac{1}{X} \cdots (b)$$

だから (a) のグラフは (b) のグラフを  $x$  方向  $2$ ,  $y$  方向  $1$  平行移動した曲線。

$$(6) y = \sqrt{x-1} + 2$$



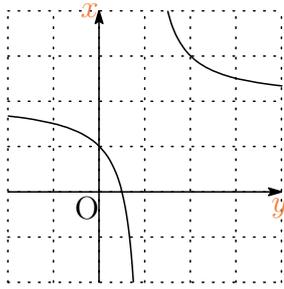
(5) と同様にこの関数のグラフは、 $y = \sqrt{x}$  のグラフを  $x$  方向  $1$ ,  $y$  方向  $2$  平行移動した曲線。

2. 次の関数の逆関数を求め、そのグラフの概形をかけ。

(1)  $y = \frac{x-1}{x-2} \cdots (A)$  で決まる関数  $x \mapsto y$  の逆関数を求めよう。(A) を  $x$  について解くと

$$x = \frac{2y-1}{y-1} \cdots (B)$$

だから逆関数は (B) で決まる関数  $y \mapsto x$  である。独立変数  $y$  を横軸にとってグラフを書くと図のようになる。



(2)  $y = \sqrt{x-1} + 2, x \geq 1 \cdots (A)$  で決まる関数  $x \mapsto y$  の逆関数を求めよう。  
 (A) を  $x$  について解くと

$$x = y^2 - 4y + 5, y \geq 2 \cdots (B)$$

だから逆関数は (B) で決まる関数  $y \mapsto x$  である。独立変数  $y$  を横軸にとってグラフを書くと図のようになる。

