

解析基礎 演習問題 No.9
(2023.07.10)

学生番号

--	--	--	--	--	--	--	--

氏名

1. (1) $F(x)$ が $f(x)$ の原始関数であることの定義を書け.

(2) $f(x)$ の不定積分の定義を書け.

2. (1) $\frac{d}{dx}C = \square$ (C は定数)

だから $\int 0 dx = \square$

(2) $\frac{d}{dx}(2x) = \square$ だから $\int 2 dx = \square$

(3) $\frac{d}{dx}x^2 = \square$ 両辺を 2 で割ると

$\frac{d}{dx}\square = x$ だから $\int x dx = \square$

(4) a を 0 でない定数とするとき,

$\frac{d}{dx}x^a = \square$ 両辺を a で割ると

$\frac{d}{dx}\square = x^{a-1}$ だから $\int x^{a-1} dx = \square$

ここで $a-1 = \alpha$ とおくと $\alpha \neq -1$ のとき

$\int x^\alpha dx = \square$

(5) $\frac{d}{dx} \sin x = \square x$

だから $\int \cos x dx = \square$

または $\frac{d}{dx} \sin x = \sin(\square)$

だから $\int \sin x dx = \sin(\square)$

(6) $\frac{d}{dx} \cos x = \square x$ 両辺を -1 で割ると

$\frac{d}{dx}\square = \sin x$

だから $\int \sin x dx = \square$

または $\frac{d}{dx} \cos x = \cos(\square)$

だから $\int \cos x dx = \cos(\square)$

(7) $\int \sqrt{x} dx =$

(8) $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx =$

(9) $\frac{d}{dx}\square = \frac{1}{x}$ だから $\int \frac{1}{x} dx = \square$

(10) $\frac{d}{dx}\square = e^x$ だから $\int e^x dx = \square$

3. 次の不定積分を求めよ.

(1) $\int (x^2 + 3x) dx$

(2) $\int (\sqrt{x} + 1)^2 dx$

(3) $\int (9x^2 + 2e^x) dx$

4. 次の積分を計算せよ. 検算すること.

(1) $\int (2x-3)^5 dx$ を計算しよう. $2x-3 = t$ とおくと

$\frac{dt}{dx} = \square$ だから $dx = \square dt$. したがって

$\int (2x-3)^5 dx = \int t^5 \square dt =$

$$(2) \frac{d}{dx} \left(\frac{(2x-3)^6}{12} \right)$$

$$(3) \int \cos(2x-3) dx$$

$$(4) \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2} \sin(2x-3) \right)$$

$$(5) \int e^{2x-3} dx$$

$$(6) \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2} e^{2x-3} \right)$$

5. (1) $\int \sqrt{2x-3} dx$ を計算しよう. $2x-3=t$ とおく

と $\frac{dt}{dx} = \square$ だから $dx = \square dt$. したがって

$$\int \sqrt{2x-3} dx = \int \sqrt{t} \square dt =$$

$$(2) \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{3} (2x-3)^{\frac{3}{2}} \right)$$

$$(3) \int \frac{1}{\sqrt{2x-3}} dx$$

$$(4) \frac{d}{dx} (\sqrt{2x-3})$$

6. (1) $\int x\sqrt{x^2+1} dx$ を計算せよ. ($x^2+1=t$ とおく)

$$(2) \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx \text{ を計算せよ. } (x^2+1=t \text{ とおく})$$

$$7. (1) \int \frac{dx}{2x+1}$$

$$(2) \int x\sqrt{1-x} dx$$

$$(3) \int \frac{\cos x}{\sqrt{1+\sin x}} dx$$