

解析基礎 演習問題 No.5

(2023.06.26)

学生
番号

--	--	--	--	--	--	--	--

氏
名

問題 1. 次の導関数・高階導関数を計算せよ。

(1) $(x^4)^{(n)}$

(2) $(\sqrt{x^2 + 1})''$

(3) $(xe^x)'$

(4) $(xe^x)''$

(5) $(xe^x)^{(n)}, n = 1, 2, \dots$

問題 2. (発展問題) (1) 関数 $f(x)$ は何回でも微分できるとするとき、

$$(xf(x))^{(n)} = xf^{(n)}(x) + nf^{(n-1)}(x)$$

であることを確かめよ。(数学的帰納法を使う。)

(2) $(x \sin(x))^{(n)} = x \sin\left(x + \frac{n\pi}{2}\right) + n \sin\left(x + \frac{(n-1)\pi}{2}\right)$
であることを確かめよ。

問題 3. 次の関数の導関数を求めよ。

(1) $\frac{x}{2x-1}$

(2) $y = \cos^3(3x-2)$.

(3) $y = \cos((3x-2)^3)$.

(4) $y = e^{\sin x}$.

(5) $y = \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x}$

(6) $y = \frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$, ($a > 0$ は定数)

$$(7) y = \log |x + \sqrt{x^2 + 1}|$$

$$(8) y = \frac{1}{2a} \log \left| \frac{x - a}{x + a} \right|$$

問題 4 (発展問題) ボートと自動車を図のような位置関係にあるとき、ボートの速度 $v_1(t)$ と自動車の速度 $v_2(t)$ の関係を述べよ。

