

2.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \text{ から出発して Gauss-Jordan 消去法}$$

(2行) $\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & * & * & * \\ 0 & 1 & 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & 1 & * & * & * \end{array} \right)$ に変形してきたら、

\square の部分が逆行列と成っている。途中で行きつたら逆行列は存在しない。

$$\left(\begin{array}{cccccc} 2 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \leftarrow \text{行の入れ替え} \\ \leftarrow \end{array}$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{cccccc} -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \leftarrow (-1) \text{ 倍}$$

\square を pivot (2行) \square を 13列を掃き出す。

$$\rightarrow \left(\begin{array}{cccccc} 1 & -2 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \leftarrow \text{2行から1行} \times 2 \text{ とおく} \\ \leftarrow \text{3行から1行} \times 3 \text{ とおく} \end{array}$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{cccccc} 1 & -2 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 5 & 5 & 0 & 3 & 1 \end{array} \right) \leftarrow \frac{1}{5} \text{ 倍}$$

\square を pivot (2行) \square を 23列を掃き出す。

$$\rightarrow \left(\begin{array}{cccccc} 1 & -2 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0 \\ 0 & 5 & 5 & 0 & 3 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \leftarrow \text{1行から2行} \times 2 \text{ とおく} \\ \leftarrow \text{3行から2行} \times 5 \text{ とおく} \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 3/5 & -1/5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1/5 & 2/5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \leftarrow 1/5 \text{ 倍}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2/5 & -1/5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1/5 & 2/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/5 & 1/5 & 1/5 \end{pmatrix} \leftarrow \begin{array}{l} \text{2をpivotにして、} \\ \text{第3列を掃き出す。} \\ \text{第1行に第3行と} T_2 \text{す。} \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/5 & 0 & 1/5 \\ 0 & 1 & 0 & 1/5 & 2/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/5 & 1/5 & 1/5 \end{pmatrix}$$

以上から 逆行列は、 $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ であることが分かった。

[検算]

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/5 & 0 & 1/5 \\ 1/5 & 2/5 & 0 \\ -1/5 & 1/5 & 1/5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1/5 & 0 & 1/5 \\ 1/5 & 2/5 & 0 \\ -1/5 & 1/5 & 1/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

とあることは実際に計算して確かめられた。