

--	--	--	--	--	--	--	--

1. (1) 次の行列を計算せよ。

$$2 \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}$$

(2) 次の関係式を満たす行列 X を求めよ。

$$2 \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} - X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\iff X = \left(\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -7 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. 次の行列式の値を計算せよ。

(1) **第3行**で展開すると楽である。 D_{ij} は元の行列式から 第 i 行と第 j 列を取り除いてできる小行列式である。

$$\begin{vmatrix} 0 & 5 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)^{3+1} a_{31} D_{31} + (-1)^{3+2} a_{32} D_{32} + (-1)^{3+3} a_{33} D_{33} + (-1)^{3+4} a_{34} D_{34}$$

$$= 0 \times D_{31} - 4 \times D_{32} + 0 \times D_{33} - 0 \times D_{34}$$

$$= -4 \begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix} \text{ 2をくくりだす} = -8 \begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix} \text{ (第2行) } \times 4 \text{ を引く}$$

$$= -8 \begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 6 & -1 \end{vmatrix}$$

第1列で展開

$$= -8 \times (-1)^{2+1} \times 1 \times \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 6 & -1 \end{vmatrix} = 8 \times (-3 - 6) = -72$$

(2) (4列で展開すると楽である)

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 0 \\ -3 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -2 & 0 \\ 4 & -5 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)^{1+4}a_{14}D_{14} + (-1)^{2+4}a_{24}D_{24} + (-1)^{3+4}a_{34}D_{34} + (-1)^{4+4}a_{44}D_{44}$$

$$= 2 \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -3 & 2 & -1 \\ 1 & 4 & -2 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{3行と入れ替え} \\ \\ \text{1行と入れ替え} \end{array} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -3 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{1行} \times 3 \text{ を加える} \\ \\ \text{1行} \times 2 \text{ をひく} \end{array} =$$

$$2 \begin{vmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 14 & -7 \\ 0 & -6 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \times \begin{vmatrix} 14 & -7 \\ -6 & 3 \end{vmatrix} = 2 \times \{14 \times 3 - (-6) \times (-7)\} = 0$$