本日やること

1. 複素数
    - 復習：定義
    - 復習：極形式
    - 復習：回し伸ばしの原理
    - 三角関数への応用

複素数

復習

複素数の定義

$$i^2 = -1$$

をみたす i を**虚数単位**とよぶ.

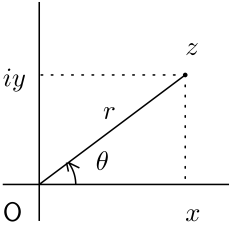
$$x + iy, \quad x, y \in \mathbb{R}$$

の形の数を**複素数**とよぶ.

複素数

極形式

複素数の極形式



複素数 $z = x + iy$ に対して

$r =$ 点 z と原点 O の距離,

$\theta =$ 線分 Oz と 実軸の正の部分とのなす角

とおくと,

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

と表される．これを複素数 z の**極形式**という．

$r = |z|$: **絶対値**,

$\theta = \arg z$: **偏角**

という

複素数

回し伸ばしの原理

回し伸ばしの原理

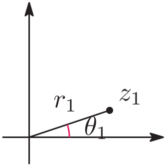
2 つの複素数 z_1, z_2 の積 $z_1 z_2$, 商 $\dfrac{z_1}{z_2}$ は

$$(i)\ \arg\, z_1 z_2 = \arg\, z_1 + \arg\, z_2, \qquad |z_1 z_2| = |z_1||z_2|$$

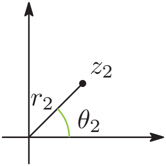
$$(ii)\ \arg\, \frac{z_1}{z_2} = \arg\, z_1 - \arg\, z_2, \qquad \left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$$

によって決まる.

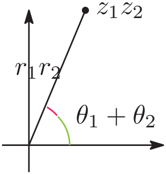
(i) は



$\times$



$=$



ということ

複素数

三角関数への応用

[三角関数の加法定理]　回し伸ばしの原理から

$$(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2) = \cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2) \cdots (\star)$$

がわかるが,

$(\star)$ の左辺 $=$

だから実部同士を比較して

$\cos(\theta_1+\theta_2) =$

虚部同士を比較して

$\sin(\theta_1+\theta_2) =$

三角関数の公式

[2 倍角の公式]

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$$

三角関数の公式

[三角関数の合成] **実数** a, b **のうち少なくとも１つは** 0 **でないとするとき，**
$\cos\alpha = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\sin\alpha = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ **を満たす角** α **をとると，**

$$a\sin\theta + b\cos\theta = \sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha)$$