本日やること

1. 関数とグラフ
    - 定義
    - 座標平面とグラフ
    - グラフの書き方

関数

定義

関数の定義

$D \subset \mathbb{R}$
D で定義された関数 f とは $x \in D$ に $y \in \mathbb{R}$ をただ 1 つ対応させる規則 のこと。

$$f \ : \ D \to \mathbb{R} \quad \text{または} \quad D \xrightarrow{f} \mathbb{R}$$
$$f \ : \ x \mapsto y \quad \text{または} \quad y = f(x)$$

で表す.
y を x の f による値 といい $f(x)$ で表す。
D : f の定義域　　$f(D) = \{f(x) \mid x \in D\}$: f の値域

関数

変数による関数の表現

変数を使うと関数の対応の規則を表現することができる.

$$
\begin{aligned}
f \ : \quad & 1 \mapsto 1 \\
& 2 \mapsto 8 \\
& 3 \mapsto 27 \\
& \quad \vdots
\end{aligned}
$$

のような関数 f の対応の規則は

$$\square \mapsto \square^3$$

であるが, このことを変数 x, y を使って

$$f \ : x \mapsto x^3, \quad f(x) = x^3, \quad y = x^3 \ (\leftarrow \text{普通これを使う}), \quad x^3, \quad t = s^3 \cdots$$

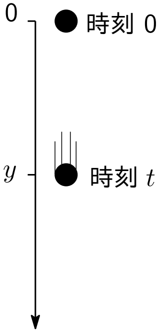
のように一度に表すことができる。すべて同じ意味。

関数

何のために使うか

関数を使うと，ものごとの変化や運動を表現することができる。

例：自由落体



時刻 t (sec)	0	0.5	1	1.5	2	2.5
位置 y (m)	0	1.225	4.9	11.025	19.6	30.625

t に対し

$$y = 4.9t^2$$

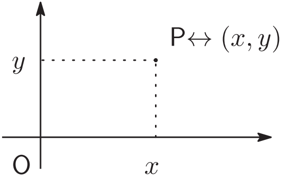
で決まる y が対応している。

表ではとびとびにしか分からないが，関数を使うとすべての t に対する y が分かる。

関数

座標平面とグラフ

[座標平面]

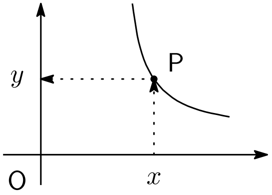


のとき

(x, y) を 点 P の座標 (または直交座標) という。

関数
座標平面とグラフ

関数のグラフの定義



関数 f のグラフとは，座標平面における点の集合

$$\{(x, y) | y = f(x),\ x \in D\}$$

のこと．ただし，D は f の定義域．

点 P(x, y) がグラフに含まれる $\iff$ $y = f(x),\ x \in D$

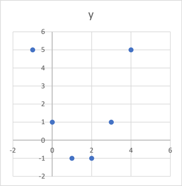
である。

関数

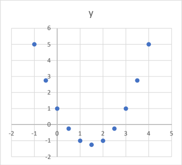
グラフの書き方

$f(x)$ の値が分かればグラフは書ける!!

[例] $y = x^2 - 3x + 4$



x	-1	0	1	2	3	4
y	5	1	-1	-1	1	5



x	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5
y	5	2.75	1	-0.25	-1	-1.25	-1	-0.25	1	2.75