ガイダンス

(I) 電気リメディアル数学講座

目的： 2Q の「電気のための微分積分 A」を学ぶために前提となる知識を、

(i) 習っていない人はここで勉強してもらいます。

(ii) 知識が不確実であったり考え方が誤っている人（結構多い）はやり直してもらいます。

やりかたは前半 (約 40 分) の講義 と 問題演習。

開講日：1Q　火 9・10 時限／木 9・10 時限

ガイダンス

第 1 回	4 月 7 日	Nx-603	確認テスト (記述式)
第 2 回	4 月 12 日	Nx-603	PlacementTest
第 3 回	4 月 14 日	Nx704	実数、無理数、文字と式、方程式
第 4 回	4 月 19 日	スカイテリア	割合、分数式、大小関係と不等式
第 5 回	4 月 21 日	スカイテリア	関数、グラフ、PC による作図
第 6 回	4 月 26 日	スカイテリア	三角比と三角関数
第 7 回	4 月 28 日	スカイテリア	三角関数のグラフ
第 8 回	5 月 10 日	スカイテリア	指数関数 (1)
第 9 回	5 月 12 日	スカイテリア	指数関数 (2)
第 10 回	5 月 17 日	スカイテリア	対数関数
第 11 回	5 月 19 日	9-401 教室	複素数
第 12 回	5 月 24 日	スカイテリア	ベクトル
第 13 回	5 月 26 日	9-401 教室	ベクトル
第 14 回	5 月 31 日	スカイテリア	(検討中)

Table

ガイダンス

(II) 数学フォローアップ (FP) クラス

目的： 2Q の「電気のための微分積分 A」の理解を確実にするための問題演習をします。

開講日：2Q　木 9・10 時限

どちらも合格判定はありませんが、あとで困ることのないようにきちんと出席して下さい。
演習は先輩学生（ピアサポーター）が指導してくれます。 友達同士でも学びあいましょう！

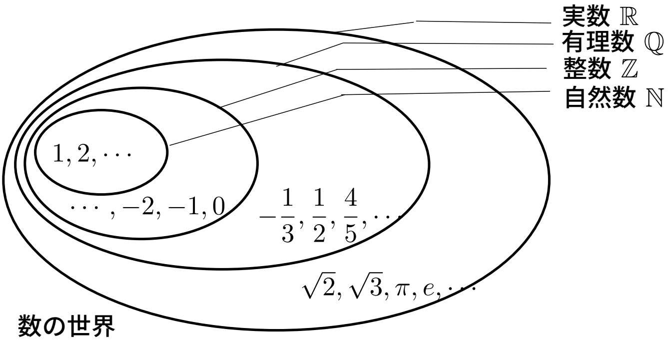
本日やること

1. ガイダンス
2. 数
   - 実数と無限小数
   - 有理数と無理数
   - 平方根
   - 平方根の積と商
   - 分母の有理化
3. 文字と式
   - 変数
   - 未知数と方程式
   - 計算規則
   - 例題

数

いろいろな数

いろいろな数を習いました。



数

いろいろな数

(有理数まで) 数の世界を広げてきた理由

⇒ 演算が自由にできるようにするため。

	たし算	ひき算	かけ算	わり算 ($\div 0$ 以外)
自然数	◯	×	◯	×
整数	◯	◯	◯	×
有理数	◯	◯	◯	◯
実数	◯	◯	◯	◯

では「有理数から実数へ」の拡張は何のため？

⇒ すべてのものの長さを表せるようにするため

数

無限小数

実数とは何か、何のためにあるか

正の実数

1．自然数全体にすべての正の（有限または無限）小数を付け加えた集合を正の実数の集合とする。

2．正の実数を使うと，いかなるものの長さをも表すことができる。

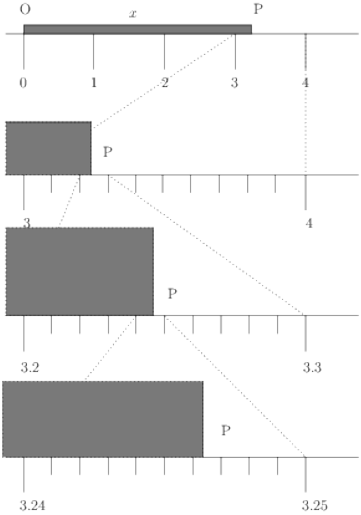
詳しくは

http://www.eds.it-hiroshima.ac.jp/koyama/MPSuppli/index.html

を見てください。

数

無限小数



$3 \leqq x \leqq 4$

$3.2 \leqq x \leqq 3.3$

$3.24 \leqq x \leqq 3.25$

$3.246 \leqq x \leqq 3.247$

これを無限に繰り返したとして
$x = 3.247\cdots$
としてよいだろう。

このように考えると
すべてのものの長さは無限小数で表すことができる
ことになる。

数
有理数と無理数

[有理数と無理数]

実は有理数でない実数がある。これを**無理数**という。

正の実数
- 有限小数 (自然数を含む) — 有理数
  $$0.33 = \frac{33}{100}$$
- 循環する無限小数 — 有理数
  $$0.33\cdots = \frac{1}{3}$$
- 循環しない無限小数 — 無理数
  $$0.33030030003\cdots$$

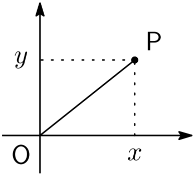
$$\sqrt{2},\ \sqrt{3},\ \cdots,\pi,\ e,\cdots$$

$\sqrt{2}$ が無理数であること, いいかえると $\sqrt{2} = \dfrac{m}{n}\quad (m, n = 1, 2, \cdots)$ と表すことが不可能であることは, 高校数 I の教科書を見てください。

数

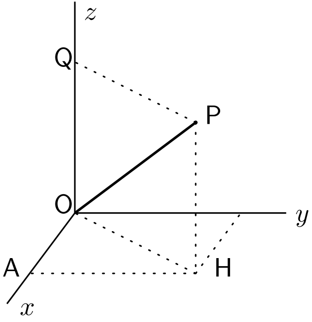
平方根

[点と原点の距離]　三平方の定理により



OP $= \sqrt{x^2 + y^2}$

Q(a, b) とすると
PQ$= \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$



OP $= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Q(a, b, c) とすると
PQ$= \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}$

だから平方根は大事である。

数

平方根

平方根 $\sqrt{\ }$ の定義と性質

(i) 実数 a に対し $x^2 = a$ となる実数 x を a の平方根という。

(ii) $a > 0$ のとき, a の平方根のうち正のものを $\sqrt{a}$ で表す。(このとき $-\sqrt{a}$ も a の平方根となる。) すなわち

$$x = \sqrt{a} \quad \Leftrightarrow \quad x^2 = a, \quad x > 0$$

(iii) $a = 0$ のときは平方根は 0 だけであり $\sqrt{a} = 0$ である.

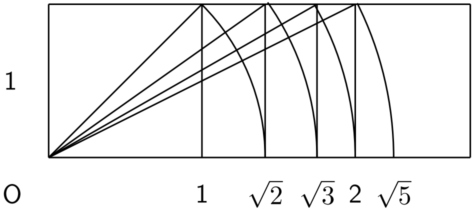
(iv) $a < 0$ のとき, a の平方根は実数の範囲では存在しない。(後に述べるが複素数になる。)

数

平方根

例：$\sqrt{1} = 1, \quad \sqrt{2} = 1.414\cdots, \quad \sqrt{3} = 1.732\cdots,$

$\sqrt{4} = 2, \quad \sqrt{5} = 2.236\cdots$



数

平方根の積と商

平方根の積と商

$a>0,\ b>0$ **のとき** (i) $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, (ii) $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

[(i) の確かめ]

$$\text{左辺}^2=(\sqrt{a}\sqrt{b})^2=(\sqrt{a})^2(\sqrt{b})^2=ab \quad \text{かつ左辺}>0$$

だから 左辺 $=\sqrt{ab}$

[例] $\sqrt{3}\sqrt{6}=\sqrt{18}=\sqrt{3^2\times 2}=\left(\sqrt{3}\right)^2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

$\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b}$ **は誤り**

数

平方根

$\sqrt{(-2)^2} = -2$ は誤り

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ を使うと見通しが良くなることがある。

$$\begin{aligned}
\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} &= \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} \\
&= \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} \\
&= \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{5-3} = \sqrt{5}-\sqrt{3}
\end{aligned}$$

文字と式

変数・未知数

文字で数を表すことをよくやる。大変役に立つ考え方です。

1．文字が「何でもよい数」を表す場合，**変数**という。変数を含む式によっていろいろな量を表すことができる。

例：ある遊園地の入場料は大人 300 円子供 150 円である。
　大人の入場者数を表す変数を n (人),
　子供の入場者数を表す変数を m (人)
とすると入場料の総額は $300n + 150m$ (円) である。

変数にはいろいろな数を代入することができる。代入して得られる数を式の値という。

文字を含む式

未知数・変数

2．文字が「まだわかっていない数」を表す場合，未知数という。

例：ある遊園地の入場料は大人 300 円子供 150 円である。K 先生は一家 5 人で遊園地に行き入場料 1200 円を払った。このことは，家族のうちの大人の人数を n，子供の人数を m とすると

$$\begin{cases} n + m = 5, \\ 300n + 150m = 1200 \end{cases}$$

のような等式で表すことが出来る。このような等式を方程式といい，これを満たす数を解という。

文字と式

計算規則

文字を含む式を数と同じように計算することができる。そのときの計算規則は数の性質と同じである。数を代入したとき矛盾すると困るからである。

(I) 演算に関する性質

a, b, c を任意の数または式とするとき

(i) 加法の交換法則 $a + b = b + a$

(ii) 加法の結合法則 $(a + b) + c = a + (b + c)$

(iii) 乗法の交換法則 $ab = ba$

(iv) 乗法の結合法則 $(ab)c = a(bc)$

(v) 分配法則 $a(b + c) = ac + bc$

が成り立つ。

文字と式

計算規則

(II) 等号に関する性質

a, b, c を任意の数または式とするとき

(i) $a = a$,

(ii) $a = b \Rightarrow b = a$

(iii) $a = b, b = c \Rightarrow a = c$

(iv) $a = b \Rightarrow$

$$a + c = b + c,\ a - c = b - c,\ ac = bc,\ \frac{a}{c} = \frac{b}{c}$$ (ただし $c \neq 0$)

$$f(a) = f(b),$$

(ただし $f(x)$ は x を含む任意の式である。これを代入原理という。)

式の計算
方程式

[例題] あるお金持ちが x 万円の財産を持っていた。そのうち 300 万円を 1 年の生活費に充てて、残りを投資して $\frac{4}{3}$ 倍に増やした。このことを 3 年繰り返したら財産が倍になった。(Newton より改変)

式で表すと

元の財産 x

1 年目の残高 $(x-300)\cdot\frac{4}{3}$

2 年目の残高 $((x-300)\cdot\frac{4}{3}-300)\cdot\frac{4}{3}$

3 年目の残高 $(((x-300)\cdot\frac{4}{3}-300)\cdot\frac{4}{3}-300)\cdot\frac{4}{3}$

だから $(((x-300)\cdot\frac{4}{3}-300)\cdot\frac{4}{3}-300)\cdot\frac{4}{3}=2x$

式の計算

方程式

分配法則より $x \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^3 - 300 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^3 - 300 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 300 \cdot \frac{4}{3} = 2x$

計算すると $\frac{64}{27}x - \frac{14800}{9} = 2x$

(II)(iv) より両辺から $2x$ を引いて $\frac{14800}{9}$ を加えても等号が成り立つから

$$\frac{64}{27}x - 2x = \frac{14800}{9}$$

分配法則より $\left(\frac{64}{27} - 2\right) x = \frac{14800}{9}$

計算すると $\frac{10}{27}x = \frac{14800}{9}$

(II)(iv) より両辺を $\frac{10}{27}$ でわっても等号が成り立つから

$$x = \frac{14800}{9} \div \frac{10}{27} = 4440$$

式の計算

おまけ

ニュートン：「文章の中に 数とか量の関係が出てくる問題を解くには, 問題を英語またはその他の言語から量の間の関係を表すのに適した代数の言葉にほんやくする以外に何もする必要はない。」

ライプニッツ：「式が代わりに考えてくれる。」

子供時代のアインシュタイン：「おじさん。代数ってなあに？」
アインシュタインのおじさん：「ずるい算数だよ。」