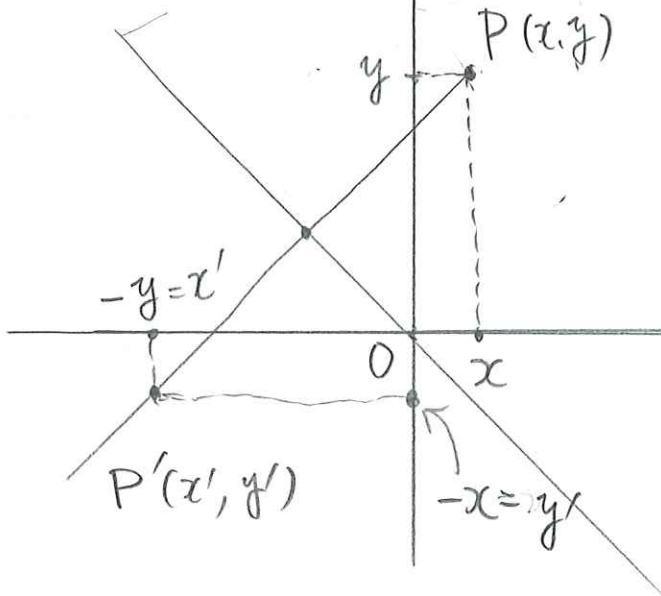


電気のための線形代数 C
演習問題 No.1

学生番号

--	--	--	--	--	--	--	--

1.1. 平面の点 (x, y) を直線 $y = -x$ に関して対称な点 (x', y') に移す変換がある。この変換を表す行列を求めよ。



$$\begin{cases} x' = -y = 0x - 1y \\ y' = -x = -1x + 0y \end{cases}$$

よって、行列は

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

1.2. ベクトル $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ をそれぞれ $\begin{pmatrix} 5 \\ 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ に移す 1 次変換を表す行列を求めよ。

変換を f , 行列を A とすると

$$f\left(\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \end{pmatrix} \quad \text{よって} \quad A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$f\left(\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{よって} \quad A \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

よって、

$$A \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \left(A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{両辺に} \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{2(-1) - 4 \cdot 1} \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{4}{6} \\ \frac{1}{6} & -\frac{2}{6} \end{pmatrix}$$

よって

$$A \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{4}{6} \\ \frac{1}{6} & -\frac{2}{6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 9 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{4}{6} \\ \frac{1}{6} & -\frac{2}{6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

よって $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$