(電気のための) 線形代数 B 演習問題解答 No.4 電気系	学生番号		

4.1.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$ を利用して $$\begin{vmatrix} a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix}$$ を計算せよ。

$$\begin{vmatrix} a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix}$$ 繰り返して $= a_1 \cdots a_n$

4.2. 次の行列式の値を計算せよ。

(1) (3 行で展開すると楽である)

$$\begin{vmatrix} 0 & 5 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)^{3+1} a_{31} D_{31} + (-1)^{3+2} a_{32} D_{32} + (-1)^{3+3} a_{33} D_{33} + (-1)^{3+4} a_{34} D_{34}$$

$$= 0 \times D_{31} - 4 \times D_{32} + 0 \times D_{33} - 0 \times D_{34}$$

$$= -4 \begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -8 \begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -8 \begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 6 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= -8 \times (-1)^{2+1} \times 1 \times \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 6 & -1 \end{vmatrix} = 8 \times (-3-6) = -72$$

(2) (4 列で展開すると楽である)

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 0 \\ -3 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -2 & 0 \\ 4 & -5 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)^{1+4} a_{14} D_{14} + (-1)^{2+4} a_{24} D_{24} + (-1)^{3+4} a_{34} D_{34} + (-1)^{4+4} a_{44} D_{44}$$

$$= 2\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -3 & 2 & -1 \\ 1 & 4 & -2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 3\text{行と入れ替え} \\ \\ 1\text{行と入れ替え} \end{matrix} = -2\begin{vmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -3 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ 1\text{行}\times 3\text{ を加える} \\ 1\text{行}\times 2\text{ をひく} \end{matrix}$$

$$= -2\begin{vmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 14 & -7 \\ 0 & -6 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= -2 \times \begin{vmatrix} 14 & -7 \\ -6 & 3 \end{vmatrix} = -2 \times \left\{14 \times 3 - (-6) \times (-7)\right\} = 0$$