

電気のための線形代数A演習  
問題No.3

学生番号

--	--	--	--	--	--	--	--

1.  $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$  は  $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 3 \times 5 - (-5) \times (-3) = 0$  だから正則ではない。

2. (1)  $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$  とするとき  $B^{-1} = \frac{1}{2 \times 5 - (-3) \times (-3)} \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

(2)  $B \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$  の両辺に左から  $B^{-1}$  をかけると

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = B^{-1} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 7 \end{pmatrix}$$

(3)  $(y_1, y_2)B = (-1, 2)$  の両辺に右から  $B^{-1}$  をかけると

$$(y_1, y_2) = (-1, 2)B^{-1} = (-1, 2) \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = (1, 1)$$

3. (1)  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  の逆行列をつくれ。

$$C^{-1} = \frac{1}{1 \times 3 - 2 \times 4} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

(2)  $CC^{-1} = E$  であることを確認せよ。

$$CC^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix} = \dots = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

(途中の計算をちゃんとやること)

(3)  $C^{-1}C = E$  であることを確認せよ。

$$C^{-1}C = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \dots = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

(途中の計算をちゃんとやること)

4.  $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 10 & a \end{pmatrix}$  が正則になる条件を求め, 逆行列を計算せよ。

$5a - 2 \times 10 \neq 0$  即ち  $a \neq 4$  のとき正則.

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 10 & a \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{5(a-4)} \begin{pmatrix} a & -2 \\ -10 & 5 \end{pmatrix}$$

5.  $X \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$  となる  $X$  を求めよ.

両辺に右から  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$  をかけると

$$X = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$