

電気のための線形代数 A  
演習問題 No.2 解答

学生番号

--	--	--	--	--	--	--	--

1. 次の行列の積を計算せよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 2 + (-1) \times (-1) & 2 \times 4 + (-1) \times 1 \\ 3 \times 2 + 5 \times (-1) & 3 \times 4 + 5 \times 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 1 & 17 \end{pmatrix}$$

$$(2) (1 \ 2) \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = (1 \times 3 + 2 \times 4) = (11)$$

$$(3) \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} (1 \ 2) = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$(4) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 4 + 2 \times 2 & 1 \times 1 + 2 \times 5 & 1 \times 1 + 2 \times 3 \\ 4 \times 4 + 3 \times 2 & 4 \times 1 + 3 \times 5 & 4 \times 1 + 3 \times 3 \\ 3 \times 4 + 1 \times 2 & 3 \times 1 + 1 \times 5 & 3 \times 1 + 1 \times 3 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 8 & 11 & 7 \\ 22 & 19 & 13 \\ 14 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

$$(5) \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \times 1 + 1 \times 4 + 1 \times 3 & 4 \times 2 + 1 \times 3 + 1 \times 1 \\ 2 \times 1 + 5 \times 4 + 3 \times 3 & 2 \times 2 + 5 \times 3 + 3 \times 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 31 & 22 \end{pmatrix}$$

2. 次の行列の積を計算せよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 1 \times 1 + 0 \times 2 + 3 \times 3 & 1 \times 4 + 0 \times 5 + 3 \times 6 & 1 \times 7 + 0 \times 8 + 3 \times 9 \\ 2 \times 1 + (-1) \times 2 + 4 \times 3 & 2 \times 4 + (-1) \times 5 + 4 \times 6 & 2 \times 7 + (-1) \times 8 + 4 \times 9 \\ 0 \times 1 + (-2) \times 2 + (-5) \times 3 & 0 \times 4 + (-2) \times 5 + (-5) \times 6 & 0 \times 7 + (-2) \times 8 + (-5) \times 9 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 10 & 22 & 34 \\ 12 & 27 & 42 \\ -19 & -40 & -61 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
(2) & \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 \times 1 + 3 \times 0 & 1 \times 3 + 3 \times 1 & 1 \times 2 + 3 \times 5 \\ 2 \times 1 + 1 \times 0 & 2 \times 3 + 1 \times 1 & 2 \times 2 + 1 \times 5 \\ -1 \times 1 + 3 \times 0 & -1 \times 3 + 3 \times 1 & -1 \times 2 + 3 \times 5 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 6 & 17 \\ 2 & 7 & 9 \\ -1 & 0 & 13 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

3.  $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  のとき、次の行列の積を計算せよ。

$$(1) AB = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 3 + 6 \times (-1) & 2 \times (-3) + 6 \times 1 \\ 1 \times 3 + 3 \times (-1) & 1 \times (-3) + 3 \times 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(2) BA = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \times 2 + (-3) \times 1 & 3 \times 6 + (-3) \times 3 \\ (-1) \times 2 + 1 \times 1 & (-1) \times 6 + 1 \times 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

これが「 $AB \neq BA$ 」, 「 $A \neq \mathbf{0}, B \neq \mathbf{0}$  でも  $AB = \mathbf{0}$ 」である行列の例である。

$$4. (1) \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 b_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 b_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 b_3 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ となる行列 } X \text{ は (1) より}$$

$$X = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

5. 次の行列の積を計算せよ。

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

単位行列の重要な性質である。

6. (1) 次の行列の積を計算せよ。

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ -a_2 & a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ -b_2 & b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1b_1 - a_2b_2 & a_1b_2 + a_2b_1 \\ -(a_1b_2 + a_2b_1) & a_1b_1 - a_2b_2 \end{pmatrix}$$

(2) 次の複素数の積を計算せよ。

$$(a_1 + ia_2)(b_1 + ib_2) = a_1b_1 - a_2b_2 + i(a_1b_2 + a_2b_1)$$

(3) (1) と (2) を比較せよ。

7.  $A$  が正方行列であるとき

$\frac{1}{2}(A + {}^tA)$  は対称行列  $\frac{1}{2}(A - {}^tA)$  は交代行列  
であることを確かめよ。