

電気のための微分積分 D 演習問題 No.13 2022. 7. 11

学生番号

--	--	--	--	--	--	--	--

氏名

1. 2つのベクトル  $\vec{a} = (1, 2, 3)$ ,  $\vec{b} = (2, 0, -1)$  に対し, 次の値およびベクトルを求めよ.

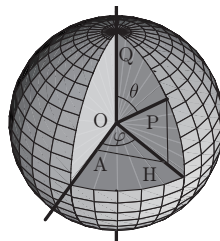
(1)  $\vec{a} \times \vec{b}$

(2)  $\vec{b} \times \vec{a}$

(3)  $\vec{a} \times \vec{b} \perp \vec{a}$  であることを確かめよ.

(4)  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  で張られる平行四辺形の面積を求めよ.

2 (1) 原点中心半径  $a > 0$  の球面を  $S$  で表す.  $S$  上の点  $P$  の球面座標  $\theta, \varphi$  によって  $\vec{OP}$  の成分を表わせ. (これを  $\mathbf{r}(\theta, \varphi)$  とおく.) また  $\theta, \varphi$  の値の取りうる範囲を書け.



(2)  $P$  をとおる  $\theta$  曲線,  $\varphi$  曲線を図中に書き入れよ.

(3)  $\mathbf{r}(\theta, \varphi)$  を偏微分して得られるベクトル  $\mathbf{r}_\theta$ ,  $\mathbf{r}_\varphi$  を  $a, \theta, \varphi$  を用いて成分表示し, 図中に書き入れよ.

(4)  $\mathbf{r}_\theta \times \mathbf{r}_\varphi$  を  $a, \theta, \varphi$  を用いて成分表示せよ. また,  $\mathbf{r}_\theta \times \mathbf{r}_\varphi$  と  $\mathbf{r}$  は平行になることを確かめよ.

(5) 面積要素  $dS = |\mathbf{r}_\theta \times \mathbf{r}_\varphi| d\theta d\varphi$  を求めよ.

(6)  $S$  の面積を求めよ.

(7)  $S$  の  $z \geq \frac{a}{\sqrt{2}}$  である部分の面積を求めよ.

(8)  $S$  を外向きに向き付ける.  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ ,  
 $r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  とおく. ベクトル場  
 $\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{\mathbf{r}}{r^3}$  を  $S$  上で面積分せよ.