電気のための微分積分C
第6回小テスト　2021. 1. 18

学生番号	氏名	

1. 次の不定積分, 定積分を求めよ.

(1) $\int (2x+1)^5\,dx$

$2x+1=t$ とおくと $2=\frac{dt}{dx}$, $dx=\frac{1}{2}dt$ だから

$\int (2x+1)^5 dx = \int t^5 \frac{dt}{2} = \frac{1}{2}\times\frac{t^6}{6}$

$= \frac{1}{12}(2x+1)^6$

(2) $\int_{-1}^{0} (2x+1)^5\,dx$

(1)より

$= \left[\frac{1}{12}(2x+1)^6\right]_{-1}^{0}$

$= \frac{1}{12}(1^6 - 1^6) = 0$.

(3) $\int \sin 2x\,dx$

$2x=t$ とおくと $dx=\frac{dt}{2}$ だから.

$= \int \sin t \cdot \frac{dt}{2} = \frac{1}{2}(-\cos t)$

$= -\frac{1}{2}\cos 2x$.

(4) $\int x\sin 2x\,dx$

$= \int x\left(-\frac{1}{2}\cos 2x\right)' dx$

$= x\left(-\frac{1}{2}\cos 2x\right) - \int\left(-\frac{1}{2}\cos 2x\right)dx$

$= -\frac{x}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x$

(5) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin 2x\,dx$

$= \left[-\frac{x}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$

$= \left(-\frac{\pi}{4}\cos\pi + \frac{1}{4}\sin\pi\right) - \left(0 + \frac{1}{4}\sin 0\right)$

$= \frac{\pi}{4}$

(6) $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \sqrt{2x-1}\,dx$

$2x-1=t$ とおくと

$dx=\frac{dt}{2}$

$x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow t=0$

$x=1 \Leftrightarrow t=1$ だから

$= \int_0^1 \sqrt{t}\,\frac{dt}{2}$

$= \left[\frac{1}{3}t^{\frac{3}{2}}\right]_{t=0}^{t=1}$

$= \frac{1}{3}$

2. (1) 曲線 $y=x^2+x-2$ と直線 $y=x+2$ を図示せよ. 交点の座標を明示すること.

$x^2+x-2=(x+2)(x-1)=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

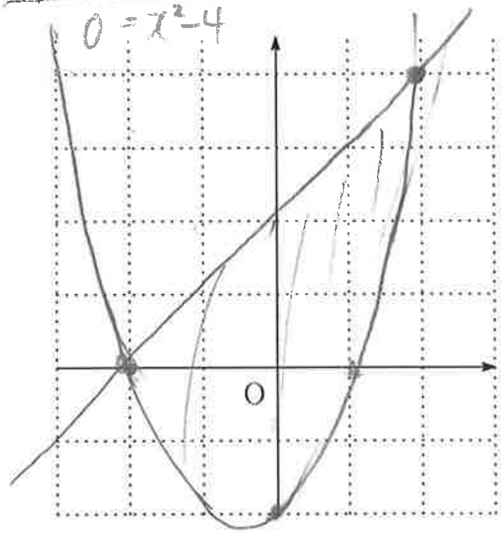
交点は

$\begin{cases} y=x^2+x-2 \\ y=x+2 \end{cases}$

$-)$ $0=x^2-4$

$x=2,\ -2$ より 故

$y=4,\ 0$　$(2,4), (-2,0)$



(2) 曲線 $y=x^2+x-2$ と直線 $y=x+2$ で囲まれる部分の面積を求めよ.

$\int_{-2}^{2}\{(x+2)-(x^2+x-2)\}dx$

$= \int_{-2}^{2}(-x^2+4)\,dx = \left[-\frac{x^3}{3}+4x\right]_{-2}^{2}$

$= \left(-\frac{8}{3}+8\right)-\left(+\frac{8}{3}-8\right) = -\frac{16}{3}+16 = \frac{32}{3}$