

電気のための微分積分C 小テスト(1) 解答

1. 次の積分を計算せよ。計算の過程を詳しく書くこと。

$$(1) \int_{-2}^0 (x+2)^3 dx$$

$x+2=t$ とおくと,

$$\frac{dt}{dx} = 1 \text{ だから } dx = dt,$$

$x = -2$ のとき $t = 0$,

$x = 0$ のとき $t = 2$

だから

$$= \int_0^2 t^3 dt = \left[\frac{t^4}{4} \right]_0^2 = \frac{16-0}{4} = 4$$

または同様にして $\int (x+2)^3 dx = \frac{1}{4}(x+2)^4$ だから

$$= \int_{-2}^0 (x+2)^3 dx = \left[\frac{(x+2)^4}{4} \right]_{-2}^0 = \frac{16-0}{4} = 4$$

$$(2) \int_0^\pi 2 \sin x dx$$

$\int 2 \sin x dx = 2 \int \sin x dx = -2 \cos x$ だから

$$\begin{aligned} \int_0^\pi 2 \sin x dx &= [-2 \cos x]_0^\pi = (-2 \cos \pi) - (-2 \cos 0) \\ &= (-2 \times (-1)) - (-2 \times 1) = 2 + 2 = 4 \end{aligned}$$

$$(3) \int_0^\pi \sin 2x dx$$

$2x = t$ とおくと $dx = \frac{dt}{2}$ だから

$$\int \sin 2x dx = \int \sin t \frac{dt}{2} = -\frac{1}{2} \cos t = -\frac{1}{2} \cos 2x$$

したがって

$$\int_0^\pi \sin 2x dx = \left[-\frac{1}{2} \cos 2x \right]_0^\pi = -\frac{1}{2} (\cos 2\pi - \cos 0) = 0$$

[別解] $2x = t$ とおくと

$$2 = \frac{dt}{dx} \text{ だから } dx = \frac{dt}{2},$$

$x = 0$ のとき $t = 0$,

$x = \pi$ のとき $t = 2\pi$

だから

$$= \int_0^{2\pi} \sin t \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} [-\cos t]_0^{2\pi} = \frac{1}{2} ((-\cos 2\pi) - (-\cos 0)) = 0$$