電気のための微分積分C
第7回解答

7.1. $I(t) = I(0)e^{-\frac{t}{CR}} \cdots (a)$ は

$$CR\frac{dI}{dt} + I(t) = 0 \cdots (b)$$

の解であることを確かめよ。

(a) を微分すると

$I'(t) = I(0)\left(e^{-\frac{t}{CR}}\right)' = I(0)\left(-\frac{1}{CR}\right)e^{-\frac{t}{CR}} \cdots (c)$

(a), (c) を (b) に代入すると

$\text{左辺} = CRI(0)\left(-\dfrac{1}{CR}\right)e^{-\frac{t}{CR}} + I(0)e^{-\frac{t}{CR}} = 0 = \text{右辺}$

だから (b) を満たしているので解である。

7.2. $y(t) = A\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \varphi\right) \cdots (a)$ は

$$my''(t) = -ky(t) \cdots (b)$$

の解であることを確かめよ。

(a) を微分すると

$y'(t) = A\sqrt{\dfrac{k}{m}}\cos\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}t + \varphi\right)$

$y''(t) = A\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}\right)^2\left(-\sin\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}t + \varphi\right)\right) \cdots (c)$

これを (b) に代入すると

$\text{左辺} = -mA\dfrac{k}{m}\sin\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}t + \varphi\right) = -ky(t) = \text{右辺}$

だから解である。

7.3. t を独立変数とし, $y = y(t)$ を未知関数とする。次の微分方程式の解を解答群から選べ。

(1) $y'(t) = t$

(2) $y'(t) = y(t)$

(3) $y'(t) = 2y(t)$

(4) $y'(t) = y(t) - 1$

(5) $y'(t) = y(t) + t$

解答群

① $y = 2e^t$,　② $y = e^t + 1$,　③ $y = \dfrac{t^2}{2} + 1$,　④ $y = \dfrac{t^2}{2} + t$,

⑤ $y = e^t + \dfrac{t^2}{2}$,　⑥ $y = e^t - t - 1$　⑦ $y = 2e^t + 1$

⑧ $y = 2e^{2t}$　⑨ $y = e^t - 1$

① $y = 2e^t$ は $y' = 2e^t = y$ だから (2) の解

② $y = e^t + 1$ は $y' = e^t = y - 1$ だから (4) の解

③ $y = \dfrac{t^2}{2} + 1$ は $y' = t$ だから (1) の解

④ $y = \dfrac{t^2}{2} + t$ は $y' = t + 1$

⑤ $y = e^t + \dfrac{t^2}{2}$ は $y' = e^t + t = y - \frac{t^2}{2} + t$

⑥ $y = e^t - t - 1$ は $y' = e^t - 1 = y + t$ だから (5) の解

⑦ $y = 2e^t + 1$ は $y' = 2e^t = y - 1$ だから (4) の解

⑧ $y = 2e^{2t}$ は $y' = 4e^{2t} = 2y$ だから (3) の解

⑨ $y = e^t - 1$ は $y' = e^t = y + 1$

だから

(1) $y'(t) = t$ の解は ③

(2) $y'(t) = y(t)$ の解は ①

(3) $y'(t) = 2y(t)$ の解は ⑧

(4) $y'(t) = y(t) - 1$ の解は ② ⑦

(5) $y'(t) = y(t) + t$ の解は ⑥