

--	--	--	--	--	--	--	--

5.1. 次の積分を計算せよ。計算の過程を詳しく書くこと。

$$(1) \int \left( 2x + 3 - \frac{2}{x} \right) dx$$

$$= \int 2x dx + 3 \int dx - 2 \int \frac{1}{x} dx$$

$$= x^2 + 3x - 2 \log |x|$$

$$(2) \int \cos(2x + 3) dx$$

$2x+3=t$  とおく。この両辺を  $x$  で微分すると  $2 = \frac{dt}{dx}$ , 両辺に  $\frac{dx}{2}$  を掛けると  $dx = \frac{dt}{2}$ . このおきかえにより

$$\int \cos(2x + 3) dx = \int \cos t \left( \frac{dt}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \int \cos t dt = \frac{1}{2} \sin t$$

$$= \frac{1}{2} \sin(2x + 3)$$

$$(3) \int \frac{1}{2x + 3} dx$$

(1) と同じ変換で

$$\int \frac{1}{2x + 3} dx = \int \frac{1}{t} \left( \frac{dt}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{t} dt = \frac{1}{2} \log |t|$$

$$= \frac{1}{2} \log |2x + 3|$$

$$(4) \int \frac{1}{\sqrt{2x + 3}} dx$$

(1) と同じ変換で

$$\int \frac{1}{\sqrt{2x + 3}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{t}} \left( \frac{dt}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \int t^{-\frac{1}{2}} dt = \frac{1}{2} \frac{t^{1-\frac{1}{2}}}{1-\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{t} = \sqrt{2x + 3}$$

$$(5) \int \frac{x}{x^2 + 4} dx$$

$x^2 + 4 = t$  とおく。この両辺を  $x$  で微分すると  $2x = \frac{dt}{dx}$ , 両辺に  $\frac{dx}{2}$  を掛けると  $x dx = \frac{dt}{2}$ . このおきかえにより

$$\int \frac{x}{x^2 + 4} dx = \int \frac{1}{t} \left( \frac{dt}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{t} dt = \frac{1}{2} \log |t|$$

$$= \frac{1}{2} \log(x^2 + 4)$$

$$(6) \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} dx$$

(5) と同じ変換で

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{t}} \left( \frac{dt}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \int t^{-\frac{1}{2}} dt = \frac{1}{2} \frac{t^{1-\frac{1}{2}}}{1-\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{t} = \sqrt{x^2 + 4}$$