

--	--	--	--	--	--	--	--

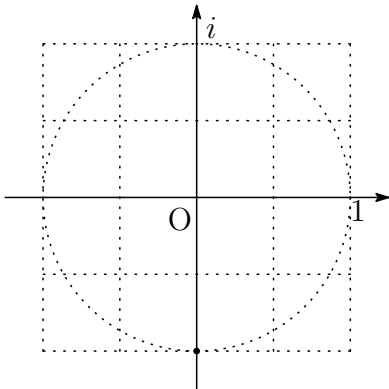
問題.1 (1) 複素数  $z_1, z_2$  に対して

$$e^{z_1}e^{z_2} = e^{z_1+z_2}$$

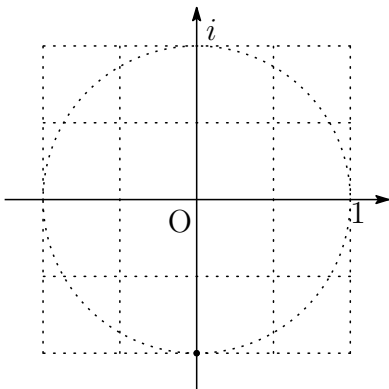
であることを示せ。

(2)  $z$  を複素数の定数,  $t$  を実数の変数とするとき,  
 $\frac{d}{dt}e^{zt} = ze^{zt}$  であることを確かめよ。ただし複素数  
 値をとる関数の導関数は  $i$  を通常定数と同じように  
 扱って計算するものとする。

問題.2 (1)  $e^{\frac{\pi}{3}i}, e^{\frac{\pi}{6}i}, e^{\frac{\pi}{3}i} \times e^{\frac{\pi}{6}i}$  を複素数平面に図示せよ。



(2) 実数  $t$  を動かした時の  $e^{it}$  の軌跡を図示せよ。



(3)  $\frac{d}{dt}e^{it}$  を計算し、図中に書き入れよ。

(4)  $\frac{d}{dt}e^{(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)t}$  を計算し、 $e^{(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)t}$  との関係調べよ。

(5) 実数  $t$  を動かした時の  $e^{(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)t}$  の軌跡がどうなるか考えよ。

問題.3 複素数値関数  $f(x)$  に対して

$$\left(\mathbf{Re}f(x)\right)' = \mathbf{Re}(f'(x)), \quad \left(\mathbf{Im}f(x)\right)' = \mathbf{Im}(f'(x))$$

であることを利用して次の関数の導関数を計算せよ。

(1)  $y = e^{2x} \cos(3x)$

(2)  $y = e^{2x} \sin(3x)$

(3)  $y = \frac{\cos x + i \sin x}{\cos x - i \sin x}$

追加

(4)  $y = \frac{1}{e^{2x} \cos(3x)}$

(5)  $y = \frac{\sin x - x \cos x}{x \sin x + \cos x}$