

本日やること

① 複素数

- 復習：定義
- 復習：極形式
- 復習：回し伸ばしの原理
- 三角関数への応用

複素数

復習

複素数の定義

$$i^2 = -1$$

をみたす i を **虚数単位** とよぶ.

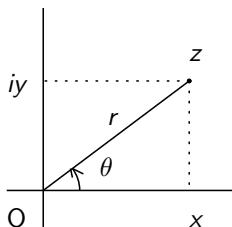
$$x + iy, \quad x, y \in \mathbb{R}$$

の形の数を **複素数** とよぶ.

複素数

極形式

複素数の極形式



複素数 $z = x + iy$ に対して

$r =$ 点 z と原点 O の距離,

$\theta =$ 線分 Oz と実軸の正の部分とのなす角

とおくと,

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

と表される. これを複素数 z の**極形式**という.

$r = |z|$: **絶対値**,

$\theta = \arg z$: **偏角**

という

複素数

回し伸ばしの原理

回し伸ばしの原理

2つの複素数 z_1, z_2 の積 $z_1 z_2$, 商 $\frac{z_1}{z_2}$ は

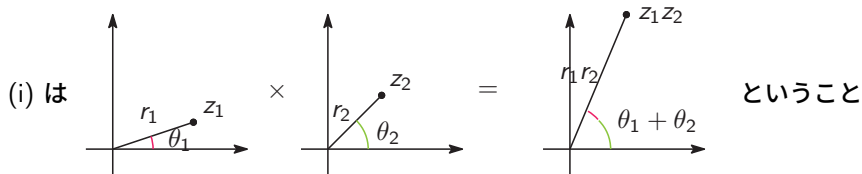
$$(i) \arg z_1 z_2 = \arg z_1 + \arg z_2,$$

$$|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$$

$$(ii) \arg \frac{z_1}{z_2} = \arg z_1 - \arg z_2,$$

$$\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$$

によって決まる.



複素数

三角関数への応用

[三角関数の加法定理] 回し伸ばしの原理から

$$(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2) = \cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdots (*)$$

がわかるが,

$$(*) \text{ の左辺} =$$

だから実部同士を比較して

$$\cos(\theta_1 + \theta_2) =$$

虚部同士を比較して

$$\sin(\theta_1 + \theta_2) =$$

三角関数の公式

[2 倍角の公式]

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

三角関数の公式

[三角関数の合成] 実数 a, b のうち少なくとも1つは0でないとするとき,

$$\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ を満たす角 } \alpha \text{ をとると,}$$

$$a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$$