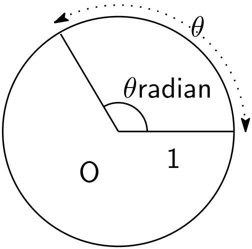
本日やること

1. 三角関数
    - 弧度法
    - 回転の角
    - 定義
    - グラフの作図

三角関数

弧度法

弧度法の定義



$\theta > 0$ **のとき**

θ radian (ラジアン)
$=$ 半径 1 の円周の，長さ θ の円弧に対する中心角の大きさ

普通、θ (rad) と書くが (rad) を省略することもある。

度数法と比較すると，

1 回転 $= 360°$，半径 1 の円の円周の長さ $= 2\pi$

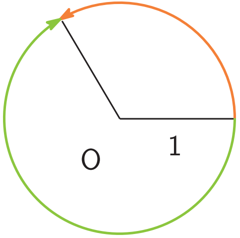
だから

$$2\pi \text{ (rad)} = 360°, \quad \pi \text{ (rad)} = 180°, \quad \frac{\pi}{2} \text{ (rad)} = 90°, \cdots$$

三角関数

回転の角

回転の角の定義



P が原点中心半径 1 の円周上を，**回転の角 θ (rad) だけ回転**するというのは

(i) $\theta > 0$ のとき：
　正の向きに P の軌跡の長さが $= \theta$

(ii) $\theta < 0$ のとき：
　負の向きに P の軌跡の長さが $= -\theta$

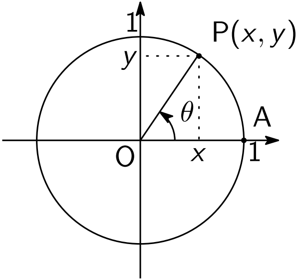
となるように回転すること．ただし

正の向きの回転：左回り (反時計回り) の回転
負の向きの回転：右回り (時計回り) の回転

三角関数

定義

三角関数の定義



P を原点中心半径 1 の円周上を A$(1, 0)$ から正の向きに θ ラジアン回転した点とし，P の座標を (x, y) とするとき

$\cos\theta = x$: 余弦

$\sin\theta = y$: 正弦

$\tan\theta = \dfrac{y}{x}$: 正接

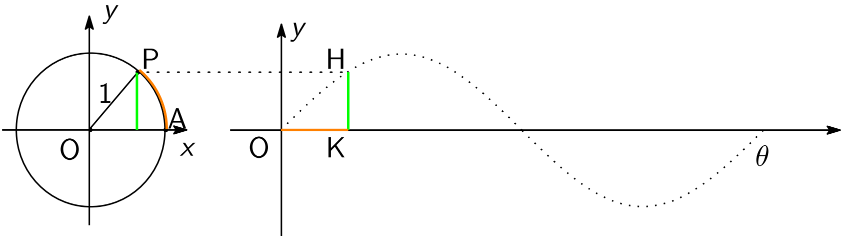
と定める。(分母が 0 となるときは定義しない)

また，これらによって定められる関数 $f(\theta) = \sin\theta$ 等を三角関数という.

三角関数

グラフの作図

[考え方]



1. x, y 平面に原点中心の半径 1 の円を書き，円周上に点 A$(1, 0)$，P(x, y) をとる。∠AOP$= \theta$ とすると三角関数の定義により，(弧 AP の長さ)$= \theta$，$y = \sin\theta$ となる。

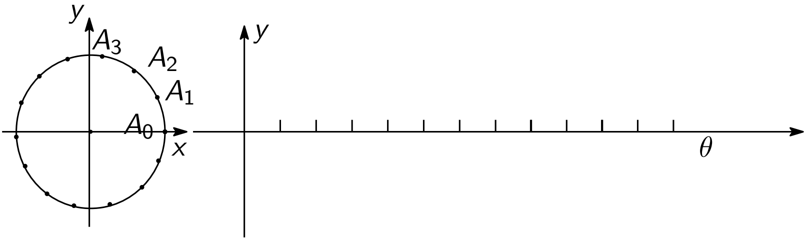
2. 三角関数 $y = \sin\theta$ は θ に対して y を対応させる関数であるから，そのグラフは，θy 平面に点 H(θ, y) をとるとき，P を円周上で動かしたとき H がえがく曲線である。

3. 上の図を用いて $y = \sin\theta$ のグラフを書くには，K$(\theta, 0)$ とするとき，(弧 AP の長さ)=OK $(= \theta)$ となるように点 P をとらなければならない。

三角関数

グラフの作図

[座標軸の用意]



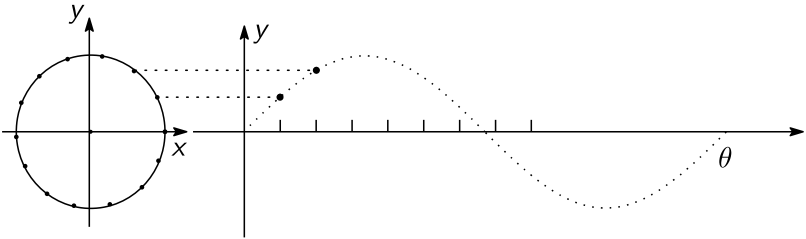
(0)　前のページの 3 のことを実現するために, 円筒のふちにグラフ用紙を細く切って巻き付けたものを使う。
(i) グラフ用紙を横長に使い、左側に xy 平面の座標軸、右側に θy 平面の座標軸を書け。用意した円筒を使って xy 平面に原点中心の円をかけ。円筒の直径を測って円筒の中心が原点に来るようにせよ。

(ii) 円筒に貼り付けてあるグラフ用紙のメモリを利用して、円周上に 1cm 間隔で点を打て。初めの点は x 軸上にとれ。(これらの点を $A_0, A_1, A_2, \cdots$ とする。)

三角関数

グラフの作図

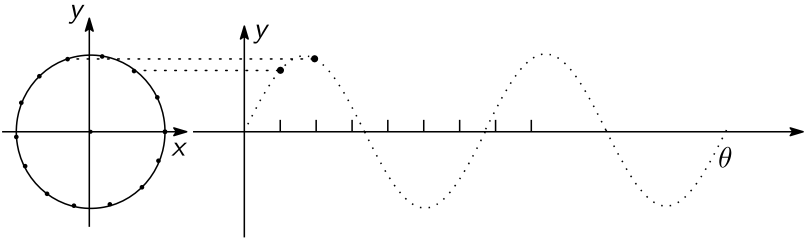
[$y = \sin\theta$ のグラフの作図]



θy 平面に $y = \sin\theta$ のグラフの概形をかこう．円筒の半径を 1 と見なす。
$\theta = 0, 1, 2, \cdots$ に対して y 座標は $A_0, A_1, A_2, \cdots$ の y 座標であるような点を θy 平面に打っていき、なめらかに結べば、円筒の半径を 1 とした $y = \sin\theta$ のグラフがかける。

三角関数
グラフの作図

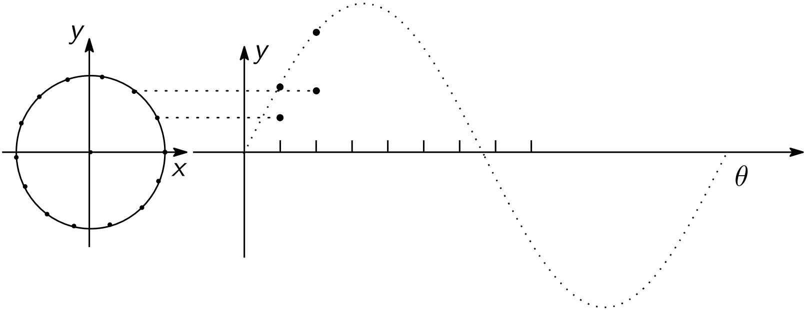
[$y = \sin 2\theta$ のグラフの作図]



θy 平面に $y = \sin 2\theta$ のグラフの概形をかこう．円筒の半径を 1 と見なす。
$\theta = 0, 1, 2, \cdots$ に対して y 座標は $A_0, A_2, A_4, \cdots$ の y 座標であるような点を θy 平面に打っていき、なめらかに結べば、円筒の半径を 1 とした $y = \sin 2\theta$ のグラフがかける。

三角関数
グラフの作図

[$y = 2\sin\theta$ のグラフの作図]



θy 平面に $y = 2\sin\theta$ のグラフの概形をかこう．円筒の半径を 1 と見なす。
$\theta = 0, 1, 2, \cdots$ に対して y 座標は $A_0, A_1, A_2, \cdots$ の y 座標の 2 倍であるような点を θy 平面に打っていき、なめらかに結べば、円筒の半径を 1 とした $y = 2\sin\theta$ のグラフがかける。

三角関数

グラフの作図

sin のグラフ

(1) $y = \sin\theta$ のグラフは周期 2π で繰り返す波形の曲線である。
(2) $y = \sin 2\theta$ のグラフは $y = \sin\theta$ のグラフを θ 方向に $\dfrac{1}{2}$ に押し縮めたものであり，周期は半分振動数は 2 倍になる。
(3) $y = 2\sin\theta$ のグラフは $y = \sin\theta$ のグラフを y 方向に 2 倍に拡大したものである。

$\sin 2\theta = 2\sin\theta$ は誤り。

[問題]　$y = \sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{4}\right)$ のグラフをかけ。