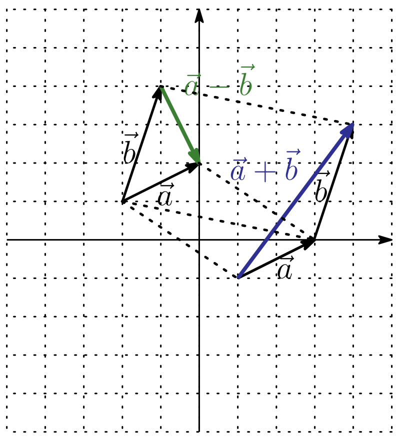
電気リメディアル数学講座 第13回問題 解答 2021. 5. 31

問題 1.

(1)



(2)

$\vec{a} = (2, 1)$

$\vec{b} = (1, 3)$

$\vec{a} + \vec{b} = (2, 1) + (1, 3) = (2 + 1, 1 + 3) = (3, 4)$

$\vec{a} - \vec{b} = (2, 1) - (1, 3) = (2 - 1, 1 - 3) = (1, -2)$

(3) 次のものを求めよ。

$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

$|\vec{b}| = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$

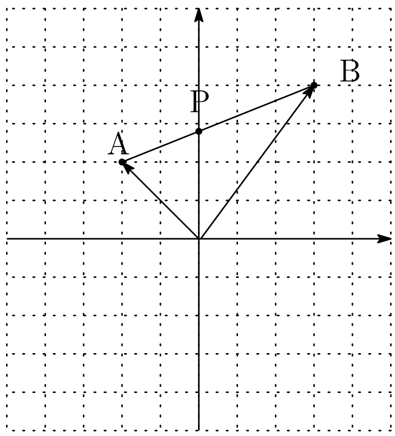
$\vec{a} \bullet \vec{b} = 2 \times 1 + 1 \times 3 = 5$

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角の余弦を θ とすると
$|\vec{a}||\vec{b}| \cos\theta = \vec{a} \bullet \vec{b} = 5$
より $\cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ したがって $\theta = \dfrac{\pi}{4}$

$\vec{a} \bullet (\vec{b} - \vec{a}) = (2, 1) \bullet (-1, 2) = 0$

$\vec{a}$ と $\vec{b} - \vec{a}$ のなす角の余弦は 0. したがって $\vec{a}$ と $\vec{b} - \vec{a}$ は垂直.

3.1 2 点 A$(-2,2)$, B$(3,4)$ に対し AB を $2:3$ に内分する点を P とする．P の位置ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ で表し, P の座標を求め図示せよ．



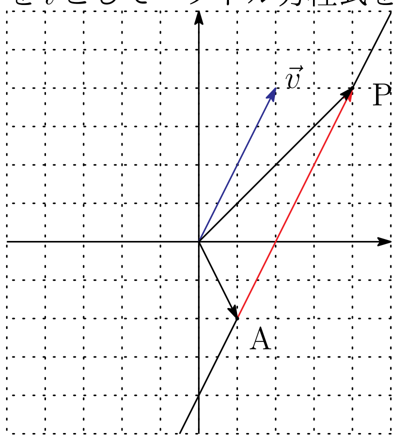
P が AB を 2:3 に内分するとき

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{3\overrightarrow{\mathrm{OA}} + 2\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{2+3} = \frac{3}{5}(-2,2) + \frac{2}{5}(3,4)$$

$$= \left(\frac{3}{5} \times (-2) + \frac{2}{5} \times 3 \ \ , \ \ \frac{3}{5} \times 2 + \frac{2}{5} \times 4\right)$$

$$= \left(0 \ , \frac{14}{5}\right)$$

問題 3. (1) 点 A$(1,-2)$ を通り方向ベクトル $\vec{v} = (2,4)$ である直線を図示し, パラメータを t としてベクトル方程式を求めよ．



P を直線上の任意の点とするとき

$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{AP}}$

$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ と $\vec{v}$ は平行だから $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = t\vec{v}$ となる実数 t がある．したがって

$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\vec{v}$　これがベクトル方程式

(2) P の座標を (x,y) とするとき, x, y を t で表せ．

$(x, y) = (1, -2) + t(2, 4) = (1 + 2t, -2 + 4t)$
したがって

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$$

(3) (2) で求めたパラメータ表示から t を消去して x, y の方程式を導け.

$2x - y = (2 + 4t) - (-2 + 4t) = 4$
だから　$y = 2x - 4$