

# 電気のための線形代数C 期末試験問題

[小山] (2022年1月27日) 60分 持ち込み無し

学生番号

--	--	--	--	--	--	--	--

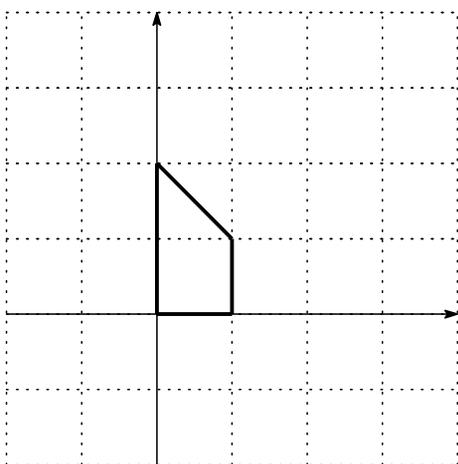
氏名

1.  $f$  は平面の線形変換で  $f(1, 1) = (4, 2)$ ,  $f(0, 2) = (4, -2)$  であるようなものとする.

(1)  $f$  を表す行列を求めよ.

(2) 直線  $x + 3y = 3$  の  $f$  による像を求めよ.

(3) 図のような図形が  $f$  による像を図に書き入れよ.



2. (1)  $f$  を, 点  $P(x, y)$  を  $x$  軸に関して対称な点  $P'(x', y')$  に移す線形変換とすると,  $f$  を表す行列を求めよ.

(2)  $g$  を, 点  $P(x, y)$  を, 原点のまわりに正の向きに  $\frac{\pi}{3}$  ラジアンだけ回転した点  $P'(x', y')$  に移す線形変換とすると,  $g$  を表す行列を求めよ.

(3) 合成変換  $g \circ f$  を表す行列を求めよ.

3.  $A$  を正方行列とすると,  $\lambda$  が  $A$  の固有値,  $\mathbf{u}$  が  $\lambda$  に対する固有ベクトルであることの定義を書け.

4.  $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$  とする.

(1)  $A$  の固有値を求めよ.

(2)  $A$  の固有ベクトルを求めよ。

(3)  $A$  の対角化行列を求め  $A$  を対角化せよ。このとき対角化行列は直交行列になるようにせよ。

5. 行列  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$  について、次の問いに答えよ。

(1)  $B$  の固有値を求めよ。

(2)  $B$  の固有ベクトルを求めよ。

(3) 対角化行列  $P$  を求めて、 $B$  を対角化せよ。

(4)  $\lambda$  が  $B$  の固有値のとき  $\lambda^3$  は  $B^3$  の固有値であることを示せ。

(5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(-3)^n} B^n$  を求めよ。