

線形代数B 演習問題 No.10

学生番号

--	--	--	--	--	--	--	--

1.

(1). $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ を $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ に, $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ を $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ にうつす線形変換を表す行列 A を求めよ.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ を } \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ にうつすから } A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ を } \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ にうつすから } A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{この2つをならべて } A \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ は単位行列だから

$$A \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = A$$

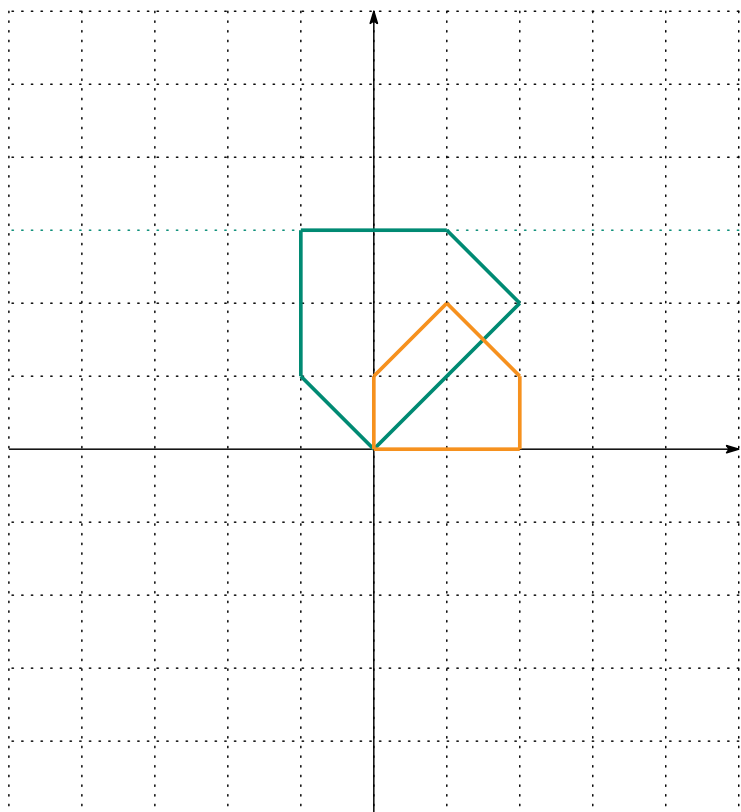
したがって

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(2). 原点回りの角 $\frac{\pi}{4}$ ラジアン回転を表す行列を求めよ.

$$\begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{4} & -\sin \frac{\pi}{4} \\ \sin \frac{\pi}{4} & \cos \frac{\pi}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(3). (1) の変換は, 原点回りの回転と, 拡大を合成したものである. どういう回転と拡大であるか答えよ. また図形の移る先の図形を書け.



(2) の結果より

$$A = \sqrt{2} \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{4} & -\sin \frac{\pi}{4} \\ \sin \frac{\pi}{4} & \cos \frac{\pi}{4} \end{pmatrix}$$

だから

A による変換は, まず原点の周りで $\frac{\pi}{4}$ ラジアン回転させ, 次に全体を原点中心に $\sqrt{2}$ 倍に拡大するような変換である.