

電気のための線形代数 B
演習問題 No.7 解答

学生番号

--	--	--	--	--	--	--	--

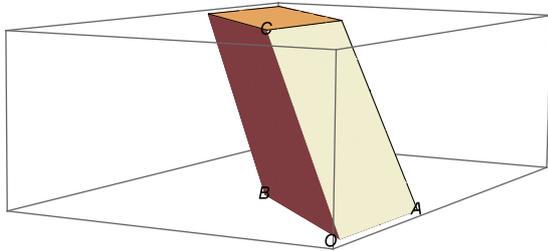
7.1. $\vec{a} = (1, 0, 0)$, $\vec{b} = (1, 1, 0)$, $\vec{c} = (1, 1, 1)$ とする.

(1) 外積 $\vec{a} \times \vec{b}$ を計算する. 行ベクトルで書いても列ベクトルで書いても (行列をかけるとき以外は) どちらでもよい.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = (0, 0, 1)$$

(2) $(\vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{a}) = (0, 0, 1) \cdot (1, 0, 0) = 0$ だから $\vec{a} \times \vec{b}$ と \vec{a} は垂直である.

(3) $\vec{a} = \text{OA}$, $\vec{b} = \text{OB}$, $\vec{c} = \text{OC}$ とする.



体積 V は

$$V = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \text{ の絶対値}$$

第1列で展開して

$$= 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \text{ の絶対値} = 1$$

7.2.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} \text{ を因数分解せよ.}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & b-a & c-a \\ 0 & b^2-a^2 & c^2-a^2 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ \textcircled{2} - a \times \textcircled{1} \\ \textcircled{3} - a^2 \times \textcircled{1} \end{matrix}$$

第1列で展開して

$$\begin{vmatrix} b-a & c-a \\ b^2-a^2 & c^2-a^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c^2-a^2) - (c-a)(b^2-a^2) = (b-a)(c-a)(c-b) = (a-b)(b-c)(c-a)$$