

電気のための線形代数 B  
演習問題 No.5

学生番号

--	--	--	--	--	--	--	--

5.1. (1)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$  とする.  $|A|$  を計算せよ.

$$\begin{aligned}
 |A| &= \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \curvearrowright \\ \text{入れかえ} \end{array} = - \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -4 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{第1行の2倍を引く} \\ \text{第1行の3倍を引く} \end{array} = - \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & -5 & 1 \\ 0 & -7 & -7 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \\ \text{第1列で展開} \end{array} \\
 &= (-1) \begin{vmatrix} -5 & 1 \\ -7 & -7 \end{vmatrix} = (-1) \{ (-5)(-7) - (-7) \times 1 \} \\
 &= -42
 \end{aligned}$$

サラスの方法を用いてもよい

(2)  $A$  の余因子と余因子行列を求めよ.

$$\tilde{a}_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} = -14$$

$$\tilde{a}_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = 7$$

$$\tilde{a}_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -7$$

$$\tilde{a}_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} = 10$$

$$\tilde{a}_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = -17$$

$$\tilde{a}_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -1$$

$$\tilde{a}_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -8$$

$$\tilde{a}_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

$$\tilde{a}_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 5$$

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} -14 & 10 & -8 \\ 7 & -17 & 1 \\ -7 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

(転置を取っていることに注意せよ)

(3)  $A$  の逆行列を求めよ.

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \tilde{A} = -\frac{1}{42} \begin{pmatrix} -14 & 10 & -8 \\ 7 & -17 & 1 \\ -7 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

(4) (3) の検算をせよ. つまり  $AA^{-1} = A^{-1}A = E$  となることを確かめよ.

$$AA^{-1} = -\frac{1}{42} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -14 & 10 & -8 \\ 7 & -17 & 1 \\ -7 & -1 & 5 \end{pmatrix} = -\frac{1}{42} \begin{pmatrix} -42 & 0 & 0 \\ 0 & -42 & 0 \\ 0 & 0 & -42 \end{pmatrix} = E$$

$$A^{-1}A = -\frac{1}{42} \begin{pmatrix} -14 & 10 & -8 \\ 7 & -17 & 1 \\ -7 & -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix} = -\frac{1}{42} \begin{pmatrix} -42 & 0 & 0 \\ 0 & -42 & 0 \\ 0 & 0 & -42 \end{pmatrix} = E$$

だから正しい。