

--	--	--	--	--	--

問題 1. 次の関数  $f(x, y)$  の偏導関数  $f_x(x, y)$ ,  $f_y(x, y)$  を計算せよ。

(1)  $f(x, y) = 3xy^2$

$x$  に関する偏微分は、 $y$  を定数とみて。

$$f_x(x, y) = (3xy^2)_x = 3y^2 \underbrace{(x)_x}_1 = 3y^2$$

$y$  に関する偏微分は  $x$  を定数とみて

$$f_y(x, y) = (3xy^2)_y = 3x \underbrace{(y^2)_y}_{2y} = 6xy$$

(2)  $f(x, y) = \sin(3xy^2)$

$3xy^2 = t$  とおいて合成関数の微分法を用いる。

$$f_x(x, y) = (\sin(3xy^2))_x = (\sin t)_x = \underbrace{(\sin t)_t}_\cos t \times \underbrace{t_x}_{(3xy^2)_x} \quad (1) F' \rightarrow \frac{1}{3y^2}$$

$$= 3y^2 \cos(3xy^2)$$

同様に

$$f_y(x, y) = (\sin t)_y = \underbrace{(\sin t)_t}_\cos t \times \underbrace{t_y}_{6xy} = 6xy \cos(3xy^2)$$

(3)  $f(x, y) = xy \sin(3x - 2y)$

$3x - 2y = t$  とおいて合成関数の微分法を用いる

$$(\sin(3x - 2y))_x = (\sin t)_t \times \underbrace{t_x}_{(3x - 2y)_x = 3}$$

$$= 3 \cos(3x - 2y)$$

同様に

$$(\sin(3x - 2y))_y = -2 \cos(3x - 2y)$$

積の微分法を用いる

$$f_x = (xy)_x \sin(3x - 2y) + xy (\sin(3x - 2y))_x = y \sin(3x - 2y) + 3xy \cos(3x - 2y)$$

(4)  $f(x, y) = x \sin y - \cos(xy)$

$$f_x = \underbrace{(x)_x}_1 \sin y - (\cos(xy))_x = \underbrace{(\cos(t))_t}_-\sin t \times \underbrace{t_x}_{xy}$$

$$= \sin y + y \sin(xy)$$

$$f_y = x (\sin y)_y - (\cos(xy))_y = x \cos y + x \sin(xy)$$

(\*) 同様にして

$$f_y = (xy)_y \sin(3x - 2y) + xy (\sin(3x - 2y))_y = x \sin(3x - 2y) - 2xy \cos(3x - 2y)$$