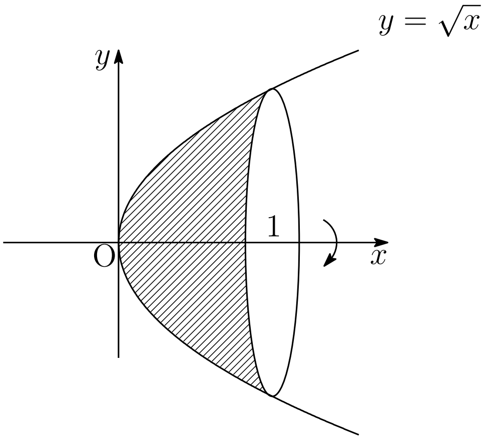
電気のための微分積分C 第6回解答

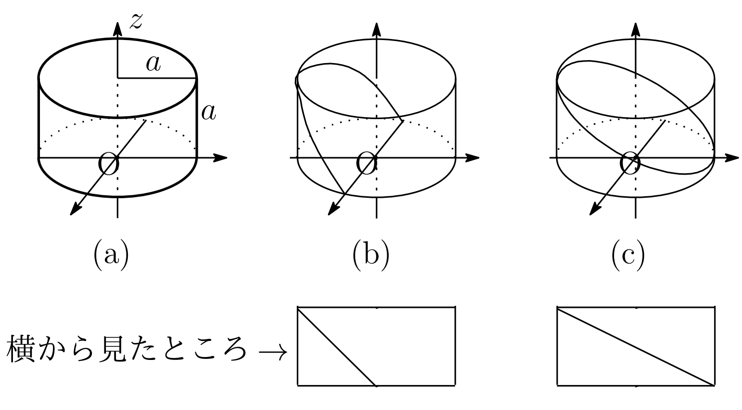
6.1 $y=\sqrt{x}$ のグラフ, $x=0$, $x=1$ と x 軸で囲まれる図形を x 軸の周りで1回転してできる図形の体積を求めよ.

この立体を 点 $(x,0,0)$ を通り x 軸と垂直な平面で切った切り口は半径 $\sqrt{x}$ の円であり, 面積は πx であるから体積は

$$V=\int_0^1 \pi(\sqrt{x})^2 dx=\left[\pi\frac{x^2}{2}\right]_0^1=\frac{\pi}{2}$$

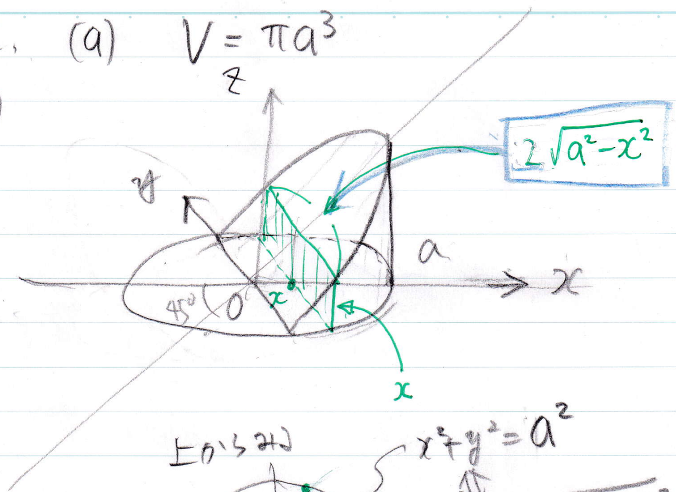


6.2.



6.2. (a) $V=\pi a^3$

(b)

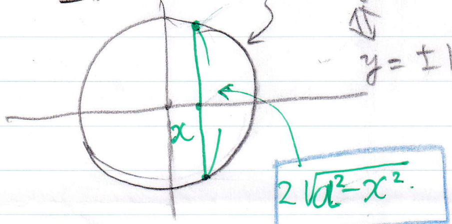


上からみる

$x^2+y^2=a^2$

$\Updownarrow$

$y=\pm\sqrt{a^2-x^2}$.



$S(x)=2x\sqrt{a^2-x^2}$.

だから.

$$V=\int_0^a 2x\sqrt{a^2-x^2}\,dx = \int_{a^2}^0 2x\sqrt{t}\left(-\frac{dt}{2x}\right)\cdots(*)$$

Hint $a^2-x^2=t$ とおけ

$\frac{dt}{dx}=-2x$ だから $dx=-\frac{dt}{2x}$] だから

x	$0\to a$
t	$a^2\to 0$

$$(*)=\int_0^{a^2}\sqrt{t}\,dt=\left[\frac{2t^{\frac{3}{2}}}{3}\right]_0^{a^2}=\frac{2}{3}a^3 \;//$$

(c)：円柱の半分だから $\frac{1}{2}\pi a^3$