電気のための微分積分 第2回　解答

問題 1. (1) 関数 $f(x)$ の, a における微分係数 $f'(a)$ を定義する式を書け.

$$f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

a は定数であることに注意。

(2) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を定義する式を書け.

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

x は変数であることに注意。

(3) $f(x) = x^2$ とする. この関数の 1 における微分係数 $f'(1)$ を求めよ.

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(1+h)^2 - (1)^2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2h + h^2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2h + h^2}{h}$$

$h \neq 0$ としてよいから h で約分して

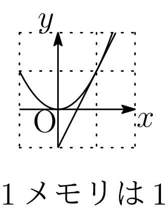
$$= \lim_{h\to 0}(2+h) = 2$$

(4) (3) の関数のグラフの, x 座標が 1 である点における接線の方程式を求めよ.

接線は, 傾きは $f'(1) = 2$ で点 $(1, f(1)) = (1, 1)$ を通る直線だから

$y = 2(x-1) + 1 = 2x - 1$

(5) (3) の関数のグラフと, (4) で求めた接線を書け.



1 メモリは 1

(6) (3) の関数の導関数 $f'(x)$ を求めよ.

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^2 - (x)^2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2xh + h^2}{h}$$

$h \neq 0$ としてよいから h で約分して

$$= \lim_{h \to 0}(2x + h) = 2x$$

問題 2. $f(x) = x^2 - 2x$ とする.

(1) この関数の 2 における微分係数 $f'(2)$ を求めよ.

$f'(1) = \lim_{h \to 0} \dfrac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \to 0} \dfrac{\{(2+h)^2 - 2(2+h)\} - \{(2)^2 - 2 \times 2\}}{h} =$
$\lim_{h \to 0} \dfrac{4h + h^2 - 2h}{h} = \lim_{h \to 0} \dfrac{h^2 + 2h}{h}$
$h \neq 0$ としてよいから h で約分して

$$= \lim_{h \to 0}(h + 2) = 2$$

(2) この関数のグラフの, x 座標が 2 である点における接線の方程式を求めよ.

x 座標が 2 である点は $(2, f(2)) = (2, 0)$ である.

傾きは $f'(2) = 2$ だから

$y = 2(x - 2) + 0 = 2x - 4$

(3) この関数のグラフと, (2) で求めた接線を書け.